ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2008. május 6.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2008. május 6. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 240 Minuten zur Verfügung, nach dem Ablauf der Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.

2. Die Reihenfolge der Ausarbeitung der Aufgaben ist beliebig.

3. Im Teil II müssen Sie nur vier von den fünf gegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie am Ende ihrer Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen!** Wenn es für die Korrektoren *nicht eindeutig* erkennbar ist, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die neunte Aufgabe nicht bewertet.

4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die für die Speicherung und Darstellung von Texten nicht geeignet sind, und ein beliebiges Tafelwerk zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!

5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten für die Aufgabe bestimmten Punkte werden dafür vergeben!**

6. **Achten Sie darauf, dass die Berechnungen anschaulich sind!**

7. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen gelernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Namen des Satzes nennen und kurz begründen, *warum der Satz hier verwendbar ist*. Der Bezug auf weitere Sätze wird nur dann vollständig akzeptiert, wenn Sie den Satz mit allen Bedingungen genau formulieren (ohne Beweis) und seine Anwendung im konkreten Fall begründen.

8. Die Endergebnisse der Aufgaben, die die gestellte Frage beantworten, müssen Sie in einem Antwortsatz formulieren!

9. Schreiben sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte, die Abbildungen können auch mit Bleistift gezeichnet werden! Außerhalb den Abbildungen werden die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, kann dieses nicht bewertet werden.

10. Bei den einzelnen Aufgaben ist nur eine Lösung zu bewerten. Bei mehreren Lösungsversuchen **markieren Sie bitte eindeutig** welchen Sie zu richtig halten!

11. Beschreiben Sie bitte nicht die grauen Kästchen!

I.

1. Seien $a_1, a_2, ..., a_{21}$ die ersten einundzwanzig Glieder einer arithmetischen Folge. Die Summe der Glieder mit einem ungeraden Index ist um 15 größer, als die Summe der Glieder mit einem geraden Index. Weiterhin wissen wir, dass $a_{20}=3a_9$ ist. Bestimmen Sie den Wert von a_{15}!

I.:	12 Punkte	

2. Bei einer internationalen Mathematikerhebung haben 100 Schüler einer ungarischen Mittelschule vom 9.-12. Jahrgang teilgenommen. Jeder Schüler hat das gleiche Aufgabenblatt erhalten und konnte mit der vollständigen Lösung der Aufgaben maximal 150 Punkte erreichen. Der Durchschnittswert der von allen Schülern erreichten Punktzahlen waren 100 Punkte. Anderthalbmal so viel Schüler haben die Erhebung vom 9-10. Jahrgang, als vom 11-12. Jahrgang geschrieben, dem entgegen war die durchschnittliche Punkzahl der Schüler vom Jahrgang 11-12. anderthalbmal so groß als die, der Schüler vom Jahrgang 9-10.

***a*)** Berechnen Sie die durchschnittliche Punktzahl der Schüler des 11-12. Jahrgangs!

Das Forschungsinstitut, das die Erhebung durchgeführt hat, war gespannt auf die Meinung der Schüler, wie schwer sie die Aufgaben gefunden haben. Von den 100 Schülern wurden zufällig drei ausgewählt, die die Fragen eines Fragebogens beantworten mussten.

***b*)** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass vom 9-10. Jahrgang 2 Schüler und vom 11-12. Jahrgang 1 Schüler ausgewählt wurde?

a)	7 Punkte	
b)	5 Punkte	
I.:	12 Punkte	

3. Bestimmen Sie den Wert des reellen Parameters α so, dass die Gleichung

$$4 \cdot x^2 - 4(\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot x + 1 + \sin\alpha = 0$$

eine reelle Doppellösung besitzt!

I.:	13 Punkte	

4. An den drei Fakultäten einer Universität lernen 10 500 Studenten. Der Studentenrektor wird gewählt. Die Kandidaten sind: Alchimist, Eule und Rabe. 76% der Studenten nehmen an der Wahl teil. Als 90 % der Stimmen ausgezählt wurden, berichtete der Rundfunksprecher des Schülerwohnheims über folgende Ergebnisse: Die Anzahl der Stimmen für Alchimist ist 2014, für Eule 2229 und für Rabe 2805.

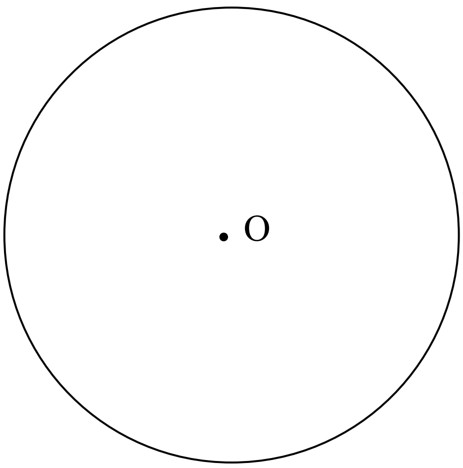
a) Wie viel Prozent der bisher ausgezählten Stimmen waren ungültig? (Geben Sie ihre Antwort auf eine Dezimalstelle genau an!)

b) Stellen Sie die prozentuale Verteilung der bisher ausgezählten Stimmen auf einem Kreisdiagramm dar! Geben Sie die Mittelpunktswinkel der einzelnen Kreissektoren in Grad an! (Die Prozente und die Winkeln sollen Sie ganzzahlig gerundet angeben!)

c) Kann Alchimist die Wahl gewinnen? (Die Wahl wird von dem Kandidat gewonnen, der die meisten Stimmen bekommt.)

d) Um wie viel Prozent soll Rabe, nachdem 95% der Stimmen ausgezählt wurden, vor dem hinter ihm liegenden führen, um auch mathematisch sicher sein zu können, dass er gewinnt? (Den entsprechend kleinsten Prozentwert sollen Sie auf ein Zehntel genau angeben!)

a)	3 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	3 Punkte	
d)	4 Punkte	
I.:	14 Punkte	



II.

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

5. András und Béla laufen jeden Morgen in einem Höhentrainingslager 10 km: 5 km Berg auf bis zu der Bergspitze und dann ohne stehen zu bleiben 5 km auf demselben Weg zurück ins Lager. An einem Tag ist András morgen 10 Minuten früher als Béla losgelaufen und ist bergauf mit einer Geschwindigkeit von 15 km/h und bergab 20 km/h gelaufen. Béla lief an diesem Morgen mit folgenden Geschwindigkeiten bergauf 16 km/h und bergab 20 km/h.

a) Wie weit von der Bergspitze entfernt trafen sie sich an diesem Morgen?

Im Trainingslager sind insgesamt 10 Mädchen und 9 Jungen angekommen. Bei dem ersten Training hat der Trainer jeden gefragt, wie viele Kameraden von der Gruppe sie schon von früher gekannt haben. (Die Bekanntschaften sind gegenseitig.) Wir wissen, dass die Jungen dieselbe Anzahl von Mädchen kannten, aber die Mädchen haben alle verschiedene Anzahl von Jungen gekannt.

b) Kann das sein, dass jeder Junge am Anfang des Lagers 6 Mädchen von früher gekannt hat?

a)	10 Punkte	
b)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

6. Die Basen eines achsensymmetrischen Tangententrapezes sind 5, bzw. 20 Einheiten lang.

a) Berechnen Sie den Flächeninhalt und die Länge der Diagonalen des Trapezes!

b) Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der durch eine Rotation des Trapezes um die längere Basis erhalten wird!

c) Beweisen Sie die folgende Aussage allgemein:
Wenn ein Sehnentrapez ein Tangentenviereck ist, dann ist die Länge seiner Höhe gleich dem geometrischen Mittel der Längen seiner Basen.

a)	5 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

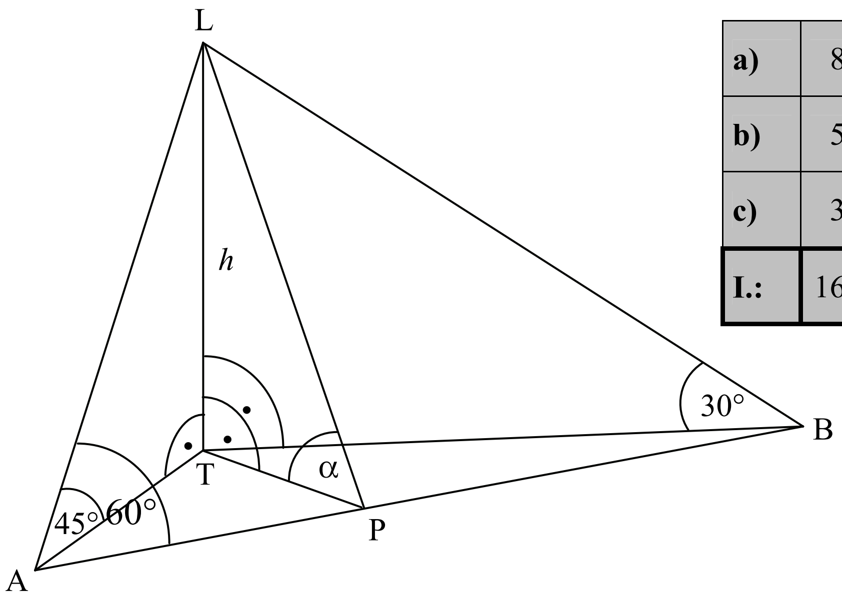
Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

7. An der Meeresküste wurde einige Minuten vor 12 Uhr ein meteorologischer Luftballon gestartet, der nach oben steigt und in Richtung Meer abtreibt. Der Höhenmesser im Luftballon zeigte 842 Meter an, als Aladár und Béla von der Meeresküste, um Punkt 12 Uhr mit einem Winkelmesserapparat die genaue Position des Ballons bestimmt haben. Aladár hat festgestellt, dass der Ballon in einem Anstiegswinkel von 45° (eingeschlossener Winkel zur horizontalen Ebene) zu sehen ist, und die Strecke, die den Ballon und Béla verbindet, mit 60° vermessen wird. Béla hat den Ballon bei einem Anstiegswinkel von 30° gesehen.

a) Wie weit voneinander entfernt waren die beiden Winkelmessapparate?

b) Von dem Punkt *P* auf der Verbindungsstrecke zwischen Béla und Aladár hätten sie den Ballon um punkt 12 Uhr unter dem maximalen Anstiegswinkel gesehen. Weisen Sie nach, dass *P* der Höhenfußpunkt der Höhe ist, die im Dreieck *ABT* durch *T* verläuft!

c) In welcher Höhe war der Ballon um 12 Uhr 30 Minuten, wenn der Luftdruckmesser im Luftballon 80% des Luftdruckes von der Meeresoberfläche zeigte?
Der Luftdruck ist im Bezug der Höhe über dem Meeresspiegel mit der Formel $p(h) = p_0 e^{Ch}$ zu berechnen, wobei *h* die Höhe über dem Meeresspiegel in Meter, p_0 der Luftdruck am Meeresspiegel (der kann als 10^5 Pascal betrachtet werden), *e* die Basis des natürlichen Logarithmus ($e \approx 2{,}718$) und *C* ein durch Erfahrung bestimmten konstanten Wert ($C = -\frac{1}{7992}$) bedeutet.



a)	8 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	3 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

8. Der Redakteur eines Buchverlages plant das Druckformat eines Buches. Er möchte unten, oben und außen einen Seitenrand von 2 Zentimeter und innen wegen dem Einband 4 Zentimeter Seitenrand lassen. Die ganze Seitenfläche beträgt 600 cm^2.

a) Wie groß sollen die Seitelängen des Blattes sein, wenn der Redakteur Seiten mit einer größtmöglichen Fläche für den Druck erhalten möchte?

b) Die Anzahl der gedruckten Seiten ist 120 und die Nummerierung der gedruckten Seiten beginnt mit 3.
Wenn rein zufällig eine gedruckte Seite ausgewählt wird, mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Seitennummer die Ziffer 2 enthalten?

a)	12 Punkte	
b)	4 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 3!

9. Auf der Abschlussfeier des Studienjahres der naturwissenschaftlichen Fakultät einer Universität bekommen 6 Forschungsstudenten, ein Biologieprofessor ein Physikprofessor und ein Mathematikprofessor einen Preis für ihre ausgezeichnete Forschungsarbeit. Für sie wurden in der ersten Reihe 9 Stühle hingestellt. Die Professoren sind zusammen vor den Studenten an der Feier angekommen.

a) Auf wie viele Arten könnten die Professoren auf den Stühlen platz nehmen, wenn sie nicht auf den Studenten warten würden?

Die Professoren haben aber gewartet bis die Studenten angekommen sind. Als alle Studenten eintrafen, haben die Professoren sie gebeten, sich so hinzusetzen, dass jeder von ihnen zwischen zwei Studenten sitzen könne. Die Studenten haben diesen Wunsch mit Freude erfüllt.

b) Auf wie vielen Arten könnten die 9 Preisträger so Platz nehmen?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Biologie Professor als zweites den Preis übernehmen kann so, dass vor ihm ein Doktorand und nach ihm auch ein Doktorand zu die Preisverleihung gerufen wird, wenn bei der Preisverleihung alle Reihenfolgen den selben Wahrscheinlichkeit betragen?

a)	4 Punkte	
b)	6 Punkte	
c)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

	Die Nummer der Aufgabe	maximale Punktzahl	erreichte Punktzahl	maximale Punktzahl	erreichte Punktzahl
Teil I.	1.	12		**51**	
	2.	12			
	3.	13			
	4.	14			
Teil II.		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← nicht gewählte Aufgabe			
			INSGESAMT	**115**	

Datum

Name des Fachlehrers, der korrigiert

	elért pontszám erreichte Punktzahl	programba beírt pontszám Ins Programm eingetragene Punktzahl
I. rész / Teil I.		
II. rész / Teil II.		

dátum / Datum

dátum / Datum

javító tanár / Korrektor

jegyző / Schriftführer