Azonosító jel:

ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2008. május 6.

MATEMATIKA SZERB NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2008. május 6. 8:00

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Важне информације

1. Време за решавање задатака је 240 минута, након његовог истека треба завршити са радом.

2. Редослед решавања задатака је произвољан.

3. У II делу од наведених пет задатака треба решити само четири. **Након завршетка рада упишите у доњи квадрат редни број задатка који не решавате**! Ако наставник који исправља *не може једносмислено да утврди* за који задатак не желите да се бодује, онда за 9. задатак нећете добити бодове.

4. Приликом решавања задатака могу се користити дигитрон (који не може да меморише и приказује текстуалне податке) и логаритамске таблице са четвороцифреним бројевима, коришћење других електронских или писаних средстава је забрањено!

5. **У сваком случају запишите поступак који сте применили приликом решавања задатака, јер се за то даје значајан део бодова !**

6. **Трудите се да значајнији делимични прорачуни могу да се прате и контролишу !**

7. Међу теоремама које сте користили приликом решавања задатака, оне које сте већ учили у школи и имају своје име (нпр. Питагорина теорема, теорема о висинама) није потребно тачно објаснити; довољно је споменути назив теореме, али примену треба кратко образложити. Коришћење појединих теорема се у потпуности прихвата само онда, ако тачно искажете тврдње заједно са свим условима (без доказивања) и у датом проблему образложите примену теореме.

8. Коначно решење задатака (одговор који треба да дате на постављено питање) саопштите и у текстуалном облику!

9. Задатке пишите хемијском оловком, а слике (скице) можете цртати обичном оловком. Осим слика, делове који су написани обичном оловком наставник неће вредновати (оцењивати). Ако прецртате неко решење или део решења, тај део се неће вредновати.

10. Код сваког задатка се вреднује (оцењује) само једно решење. У случају да покушате са више решења, **једносмислено означите** за које решење сте се одлучили!

11. Молимо вас да у сиве правоугаонике ништа не уписујете!

I.

1. Нека су a_1, a_2, …, a_{21} првих двадесет и један чланова једног аритметичког низа. Међу њима је збир оних са непарним редним бројем за 15 већи него збир оних са парним редним бројем. Даље знамо да је $a_{20} = 3a_9$. Одредите вредност за a_{15} !

U.:	12 бодова	

2. На једној међународној провери знања из математике, учествовало је 100 ученика од 9. до 12. разреда једне мађарске средње школе. Сваки ученик је добио исти радни лист, а за тачно решавање свих задатака који су били на радном листу добијало се максимална 150 бодова. Просечан број бодова који су постигли решавањем задатака сви ученици је био 100. Број ученика 9-10. разреда који су радили задатке је био за један и по (1,5) пута већи него број ученика 11-12. разреда, али је просечан број бодова ученика 11-12. разреда био један и по (1,5) пута већи него број бодова ученика 9-10. разреда.

***a*)** Израчунајте просечан број бодова који су постигли ученици 11-12. разреда!

Истраживачки институт који је вршио одмеравање знања је желео да сазна мишљење ученика о тежини задатака. Од 100 ученика су случајно изабрали троје који су требали да одговоре на питања једног упитника (формулара).

***b*)** Колика је вероватноћа да су из 9-10. разреда изабрали 2 ученика, а из 11-12. разреда 1 ученика?

a)	7 бодова	
b)	5 бодова	
У.:	12 бодова	

3. Одредите вредност реалног параметра α тако да једначина

$$4 \cdot x^2 - 4(\sin\alpha + \cos\alpha) \cdot x + 1 + \sin\alpha = 0$$

има један двоструки реалан корен!

У.:	13 бодова	

4. На три смера једног факултета има укупно 10500 студената. Они бирају студента проректора. Кандидати су: Алхемичар, Сова и Флаутиста. На изборима је учествовало 76% студената. После обраде 90% гласова, радио студентског дома је објавио следећи резултат: Алхемичар је освојио 2014 гласова, Сова 2229 и Флаутиста 2805.

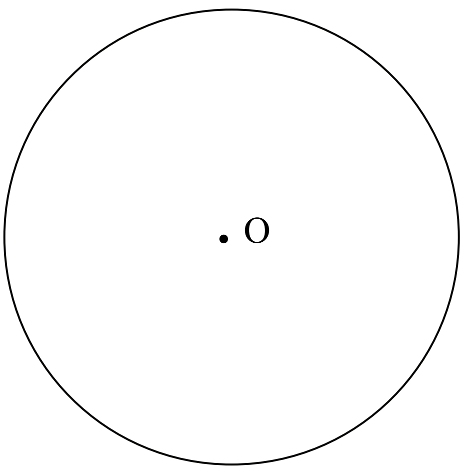
a) Колико је до тада обрађених гласова било неважећих? (Одговор дајте са тачношћу од једне десетице)!

b) Скицирајте на кружном дијаграму процентуалну расподелу до сада обрађених гласова! Означите вредности величине централних углова (у степенима) одговарајућих области! (Одговарајуће проценте и углове дајте у целим бројевима!)

c) Да ли Алхемичар може да победи на изборима? (Изборе добија онај ко има највише гласова.)

d) После обраде 95% гласова, са барем колико процената мора да води Флаутиста испред следећег кандидата, да би и математички (теоретски) био сигуран у победу? (Одговарајући најмањи проценат дајте са тачношћу од једне десетице!)

a)	3 бода	
b)	4 бода	
c)	3 бода	
d)	4 бода	
У.:	14 бодова	



II.

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору, а редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3. !

5. Андрија и Бела у једном планинском кампу свако јутро трче 10 км, и то: 5 км узбрдо до врха брда, а затим без прекида 5 км истим путем назад до кампа. Једно јутро Андрија је кренуо 10 минута пре Беле, и трчао је узбрдо 15 км/час, а низбрдо 20 км/час. Бела је тог јутра трчао узбрдо 16 км/час, а низбрдо 22 км/час.

a) Колико далеко од врха су се тог јутра срели током трчања?

У камп је дошло укупно 10 девојака и 9 момака. На првом занимању је тренер свакога питао колико другова из групе познаје од раније (познанства су узајамна). Знамо да сваки момак од раније познаје исти број девојака, док је свака девојка знала различит број момака.

b) Да ли је могуће да је сваки момак,на почетку кампа, од раније познавао 6 девојака?

a)	10 бодова	
b)	6 бодова	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору, а редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3. !

6. Дужине основа једног осно симетричног тангентног трапеза износе 5, односно 20 јединица.

a) Израчунајте површину трапеза и дужину дијагонале!

b) Израчунајте запремину оног обртног тела које добијамо тако што трапез обрћемо око дуже основе.

c) Докажите следећу тврдњу:
Ако је један тетивни трапез тангентни четвороугао, онда је дужина висине геометријска средина дужина основа.

a)	5 бодова	
b)	5 бодова	
c)	6 бодова	
У.:	16 бодова	

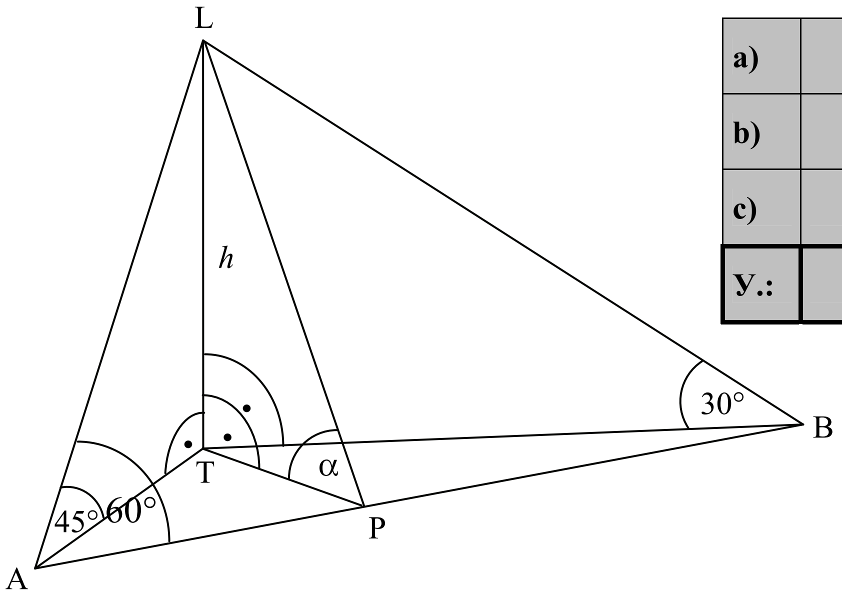
Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору, а редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3. !

7. На морској обали су неколико минута пре 12 сати пустили у ваздух један метереолошки балон, који се почео подизати ношен према мору. Мерач висине на балону је показао 842 метра, када су Аладар и Бела, сваки са свога места, у 12 сати угломерима (инструментима за мерење углова) измерили тачку (положај) где се налазио балон. Аладар је установио да се балон види под растућим углом од 45º (угао заклопљен са водоравном равни), а видни угао који су заклапали дуж која је повезивала балон и дуж која је повезивала место где је био Бела је износио 60º. Бела је балон видео под растућим углом од 30º.

a) Колика је била раздаљина између два угломера?

b) Од тачака на дужи која је спајала места где су били Аладар и Бела, из тачке P су могли да виде балон у 12 сати под максималним растућим углом. Докажите да је тачка P троугла ABT подножје висине (тог) троугла чији је други крај тачка T !

c) Колико је високо био балон у 12 сати и 30 минута, када је мерач притиска на балону показивао 80% од ваздушног притиска на нивоу мора?
Ваздушни притисак у функцији висине изнад нивоа мора се израчунава на основу формуле $p(h) = p_0 e^{Ch}$, где је h висина изнад нивоа мора мерена у метрима, p_0 ваздушни притисак на нивоу мора (сматрамо да је 105 Pa), e је основа природног логаритма ($e \approx 2{,}718$), C је константа добијена искуством ($C = -\frac{1}{7992}$).



a)	8 бодова	
b)	5 бодова	
c)	3 бода	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору, а редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3. !

8. Уредник једне издавачке куће пројектује штампарску форму једне књиге. На свакој страници жели да на горњој, доњој и спољној ивици остави маргину од два центиметра, а на унутрашњој ивици, због повеза, маргину од четири центиметра. Површина целе странице је 600 цм ^{2}.

a) Колике да буду мере странице, ако уредник жели на страници да постигне највећу могућу површину штампања?

b) Број штампаних страница је 120, а нумерисање штампаних страница почиње са бројем 3.
Ако случајно изаберемо једну штампану страницу, колика је вероватноћа да у броју странице буде број 2?

a)	12 бодова	
b)	4 бода	
У.:	16 бодова	

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору, а редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 3. !

9. На свечаности поводом завршетка школске године на факултету за природне науке једног универзитета награде за истакнути истраживачки рад су добили 6 доктораната, један професор биологије, један професор физике и један професор математике. За њих су у првом реду поставили 9 столица. Професори су на свечаност стигли заједно, пре него што су стигли студенти.

a) На колико начина могу професори да заузму 9 празних столица (места), ако не сачекају студенте?

Професори су, међутим, сачекали студенте. Када су сви студенти стигли на свечаност, професори су изразили жељу да сваки од њих седи између два студента. Студенти су са задовољством прихватили њихову молбу.

b) На колико начина је сада могло да седне 9 награђених?

c) Која је вероватноћа да професор биологије други по реду преузме награду, и то тако да и пре и после њега награду преузимају докторанти, а да се на прослави приликом предаје награда сваки појединиредослед остварује са једнаком вероватноћом?

a)	4 бода	
b)	6 бодова	
c)	6 бодова	
У.:	16 бодова	

	редни број задатка	максималан број бодова	постигнут број бодова	максималан број бодова	постигнут број бодова
I део	1.	12		51	
	2.	12			
	3.	13			
	4.	14			
II део		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← задатак који је изостављен			
			СВЕУКУПНО	**115**	

датум

наставник који исправља

	elért pontszám/ постигнут број бодова	programba beírt pontszám/ број бодова уписаних у програм
I. rész/ I део		
II. rész/ II део		

dátum/ датум

dátum/ датум

javító tanár/ наставник који исправља

jegyző/ записничар