ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2008. május 6.

MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI
ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTÉRIUM

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

1. Die Arbeit ist mit einem **andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, zu korrigieren. Die Fehler und die fehlenden Schritte sind wie üblich zu markieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. Bei **einwandfreier Lösung** kann ohne Angabe von Teilpunkten die maximale Punktzahl eingetragen werden.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** für die richtigen Schritte an.

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösung**en vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Offensichtlich gute Lösungswege und Endergebnisse können auch dann mit maximalen Punktzahlen bewertet werden, wenn sie **weniger ausführlich** als die Musterlösung in der Anweisung beschrieben sind.
4. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, aber damit das zu lösende Problem nicht wesentlich verändert wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
5. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler**, so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe oder Gedankeneinheit, wo durch diesen Fehler das lösende Problem nicht wesentlich verändert wurde, mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.
6. Falls in der Musterlösung eine **Bemerkung**, oder die **Einheit** bei dem Ergebnis in Klammern steht, ist die Lösung auch ohne diese als vollständig zu bewerten.
7. Bei mehreren Lösungsversuchen für eine Aufgabe **ist nur die eine zu bewerten, die, der Kandidat markiert hat**.
8. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) **sind nicht zugelassen**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber eigentlich vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht verwendet werden.
10. **Im Teil II sind aus den 5 Aufgaben nur Lösungen von 4 zu bewerten**. Der Abiturient hat – vermutlich – die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1.		
Die Glieder einer arithmetischen Folge sowohl mit geraden als auch mit ungeraden Folgennummern bilden je eine arithmetische Folge.	1 Punkt	*Wenn diese Gedanke während die Lösung erscheint ist dieser Punkt zu geben.*
Folgenglieder mit ungeraden Folgennummer gibt es insgesamt 11 und mit geraden Folgennummer 10.	1 Punkt	
Nach der Bedingung der Aufgabe: $\frac{a_1 + a_{21}}{2} \cdot 11 = \frac{a_2 + a_{20}}{2} \cdot 10 + 15$.	2 Punkte	*Die Summe der ungeraden und geraden Folgenglieder ist 1 Punkt wert, der Zusammenhang nach dem Text ist wieder 1 Punkt wert.*
Sei die Differenz der ursprünglichen Folgen *d*, damit ist die Gleichung: $\frac{a_1 + a_1 + 20d}{2} \cdot 11 = \frac{a_1 + d + a_1 + 19d}{2} \cdot 10 + 15$.	1 Punkt	
Durch Umformung: $2a_1 + 20d = 30$.	1 Punkt	
Die andere Bedingung der Aufgabe ähnlicherweise umgeformt: $a_1 + 19d = 3(a_1 + 8d)$.	2 Punkte	
Durch Umformung: $2a_1 + 5d = 0$.	1 Punkt	
Die Lösung des Gleichungssystems: $a_1 = -5$, $d = 2$.	2 Punkte	
Das gesuchte Glied: $a_{15} = -5 + 14 \cdot 2 = 23$, und das entspricht den Bedingungen der Aufgabe.	1 Punkt	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

2. a)		
Bezeichne a die Anzahl der Schüler im 9-10. Jahrgang, und A ihre Durchschnittspunktzahl. Die Schülerzahl der 11-12. Jahrgang ist nach der Bedingung $100-a$.	1 Punkt	
Nach der Bedingung $a=1{,}5\cdot(100-a)$, daraus $a=60$. Also die Anzahl der Schüler der 9-10. Jahrgang ist 60, und die der 11-12. Jahrgang 40.	2 Punkte	
Wenn B die durchschnittliche Punktzahl der Schüler der 11-12. Jahrgang bezeichnet, dann ist $1{,}5A=B$.	1 Punkt	
Der Durchschnittspunktzahl ist dadurch: $100=\frac{60A+40B}{100}=\frac{80B}{100}=\frac{4B}{5}$.	2 Punkte	
Daraus $B=125$, also der Durchschnittspunkzahl der Schülern der 11-12. Jahrgang ist 125.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	*Wenn der Wert von A berechnet wird, und ein korrektes Runden durchgeführt wird und die Antwort auch so angegeben wird, dann sind die 7 Punkte zu geben.*

2. b)		
Von 100 Schülern 3 Schüler auszuwählen gibt es $\binom{100}{3}$ $(=161700)$ gleich wahrscheinliche Möglichkeiten.	1 Punkt	
Die Anzahl der Bedingungen entsprechenden Auswahlmöglichkeiten: $\binom{60}{2}\cdot\binom{40}{1}$ $(=70800)$,	1 Punkt	
denn die Auswahl der zwei und des einen Schüler wird unabhängig voneinander durchgeführt.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $P=\frac{\binom{60}{2}\cdot\binom{40}{1}}{\binom{100}{3}}$,	1 Punkt	
also $P=\frac{70800}{161700}$ $(\approx 0{,}44)$.	1 Punkt	*wenn 44% angegeben ist, ist ebenso 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**5 Punkte**	

3.		
Eine Quadratische Gleichung hat nur dann eine zweifache reelle Lösung, wenn die Diskriminante 0 ist.	1 Punkt	*Wenn diese Gedanke während die Lösung erscheint ist dieser Punkt zu geben.*
Also für die Diskriminante der Gleichung gilt: $16(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-4\cdot 4\cdot(1+\sin\alpha)=0$.	2 Punkte	
$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha-1-\sin\alpha=0$	2 Punkte	
Unter Verwendung des Zusammenhangs $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, erhalten wir $2\sin\alpha\cos\alpha-\sin\alpha=0$.	1 Punkt	
Erste Lösung		
$\sin\alpha(2\cos\alpha-1)=0$	2 Punkte	*Bei beliebiger zum richtigen Ergebnis führender Methode sind die 2 Punkte zu geben.*
Das kann auch dann erfüllt werden, wenn a) $\sin\alpha=0$, also $\alpha=k\pi$, mit $k\in\mathbf{Z}$;	1 Punkt	*Wenn eine falsche Lösung erhalten wird, und die angenommen wird oder die erhaltenen Lösungsmengen nicht vollständig sind, dann sind von den 5 Punkte höchstens 3 zu geben.*
b) $2\cos\alpha-1=0$,	1 Punkt	
also $\cos\alpha=\frac{1}{2}$, $\alpha=\frac{\pi}{3}+2n\pi$, mit $n\in\mathbf{Z}$,	1 Punkt	
oder $\alpha=\frac{5\pi}{3}+2m\pi$, wobei $m\in\mathbf{Z}$.	1 Punkt	
Wegen der äquivalenten Umformungen erfüllen die Lösungsmengen die ursprüngliche Gleichung.	1 Punkt	
Zweite Lösung		
$2\sin\alpha\cos\alpha=\sin\alpha$ durch Quadrierung der beiden Seiten, sowie nach 0 umgeformt $3\sin^2\alpha(3-4\sin^2\alpha)=0$	2 Punkte	
$\sin^2\alpha=0\Leftrightarrow\alpha=n\pi, n\in Z$	1 Punkt	
$\sin^2\alpha=\frac{3}{4}\Leftrightarrow\alpha=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi$ oder $\alpha=\pm\frac{2\pi}{3}+2l\pi; k,l\in Z$	2 Punkte	
Ausschließen von Lösungen, die keine echte Lösung darstellen	2 Punkte	
Insgesamt:	**13 Punkte**	

4. a)		
Bei der Radioberichterstattung war die Anzahl der ausgelesenen Stimmen: $10500 \cdot 0{,}76 \cdot 0{,}9 = 7182$	1 Punkt	
Die Anzahl der bisher abgegebenen ungültigen Stimmen: $7182 - (2014 + 2229 + 2805) = 134$	1 Punkt	
Das entspricht etwa $\approx$ 1,9% der bisher abgegebenen Stimmen	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

4. b)		
$\frac{2014}{7182} \approx 0{,}2804$, d. h. Alchimist hat 28% der Stimmen; $\frac{2229}{7182} \approx 0{,}3104$, also Eule hat 31% der Stimmen erhalten; $\frac{2805}{7182} \approx 0{,}3906$, damit hat Rabe 39% der bisher ausgelesenen Stimmen erhalten	1 Punkt	
Die entsprechende Mittelpunktswinkel sind: Alchimist—101º; Eule—112º; Rabe—140º	1 Punkt	
Die ungültige Stimmen (1,9%)—7º	1 Punkt	
Skizze des Kreisdiagramms	1 Punkt	*Die Punkt wird auch für diejenigen gegeben, die die ungültigen Stimmen vergessen haben*
Insgesamt:	**4 Punkte**	

4. c)		
Die Anzahl der noch nicht ausgelesenen Stimmen: 7182**:**9=798	1 Punkt	
Wenn jede gültig wäre, und jede Stimme Alchimist erhalten würde, dann könnte er die Wahl mit 2812 Stimmen gewinnen.	2 Punkte	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

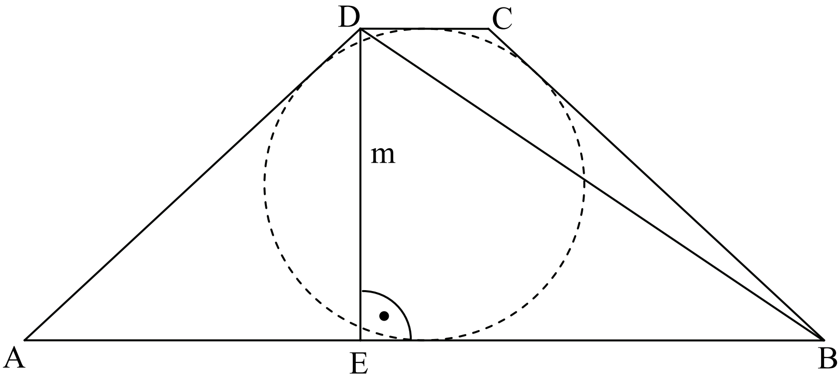
4. d)		
Wenn x die gesuchten Prozent sind, dann gewinnt Rabe sicher, d. h. wenn $0{,}95 \cdot \frac{x}{100} > 0{,}05$; also $x > \frac{5}{0{,}95} \approx 5{,}3$.	3 Punkte	
Das bedeutet, Rabe gewinnt die Wahl sicher , wenn er bei einem Auszählungsstand von 95% der Stimmen einen Vorsprung von mindestens 5,3 % vor dem nächsten Kandidat hat,	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

II.

5. a)		
András braucht bergauf für den Weg 20 Minuten, Béla 18,75 Minuten, d.h. sie treffen sich, wenn András bergab und Béla bergauf läuft.	3 Punkte	*Wenn die Richtung von einem Graph abgelesen wird, dann sind die 3 Punkte zu geben. Wenn richtig gerechnet wird, aber nicht begründet wird, wer bei der Begegnung in welche Richtung läuft,, dann sind nur 2 Punkte zu geben.*
Die zwei Jungen treffen sich x km von der Bergspitze entfernt. András ist bis dahin $\frac{1}{3}+\frac{x}{20}$ Stunden gelaufen,	2 Punkte	
Béla ist bis dahin $\frac{5-x}{16}$ Stunden gelaufen.	1 Punkt	
András ist 10 Minuten früher losgegangen also: $\frac{1}{3}+\frac{x}{20}=\frac{5-x}{16}+\frac{1}{6}$.	2 Punkte	
Daraus $x=\frac{35}{27}\text{ km}(\approx 1{,}3\text{ km})$.(Der erhaltene Wert entspricht die Bedingungen der Aufgabe.)	2 Punkte	
Insgesamt:	**10 Punkte**	*Wenn nicht beachtet wird, dass die zwei Jungen nicht gleichzeitig loslaufen, dann sind für den Teil a) höchstens 5 Punkte zu geben.* *Wenn nur der Zeitpunkt der Begegnung, aber nicht die Entfernung bestimmt wird, dann sind höchstens 8 Punkt zu geben.*

5. b)		
Die Bedingung ist nur dann erfüllt, wenn die Mädchen der Reihe nach 0, 1, 2, …, 9 Jungen gekannt haben.	2 Punkte	
Die Anzahl der Bekanntschaften zwischen den Jungen und Mädchen ist insgesamt $1+2+3+...+9=45$,	2 Punkte	
Hätten alle 9 Jungen je 6 Mädchen gekannt, dann würde das 54 Bekanntschaften bedeuten. Nach dem Vorherigen ist das nicht möglich.	2 Punkte	
Insgesamt:	**6 Punkte**	*Wenn die Lösung mit einem Graph oder durch zahlen-theoretische Gedanken angefangen wird, und die richtige Lösung über diesen Weg ermittelt wurde, dann sind höchstens 3 Punkte zu geben.*

6. a)

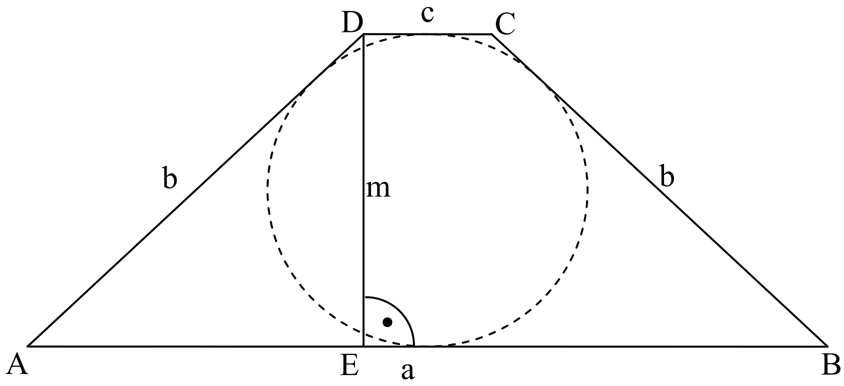


Im Trapez $ABCD$ sind $AB=20$, $CD=5$, weiter sei der Höhenfußpunkt der vom Eckpunkt D ausgehende Höhe auf der Seite AB der Punkt E. Mit diesen Bezeichnungen gilt: $AE=\frac{AB-CD}{2}=\frac{15}{2}$, deshalb $EB=\frac{25}{2}$.	1 Punkt	*Wenn m bezüglich des Satzes aus Teil c) richtig berechnet wird, dann sind die 3 Punkte zu geben.*
Das Trapez ist ein Tangentenviereck, somit ist $AD=\frac{AB+CD}{2}=\frac{25}{2}$.	1 Punkt	
(nach dem Satz des Pythagoras) $m=DE=\sqrt{AD^2-AE^2}=10$.	1 Punkt	
$T=\frac{AB+CD}{2}\cdot m=125$.	1 Punkt	
Für $\Delta\, BED$ ist: $BD=\sqrt{DE^2+EB^2}=\frac{5\sqrt{41}}{2}(\approx 16{,}01)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

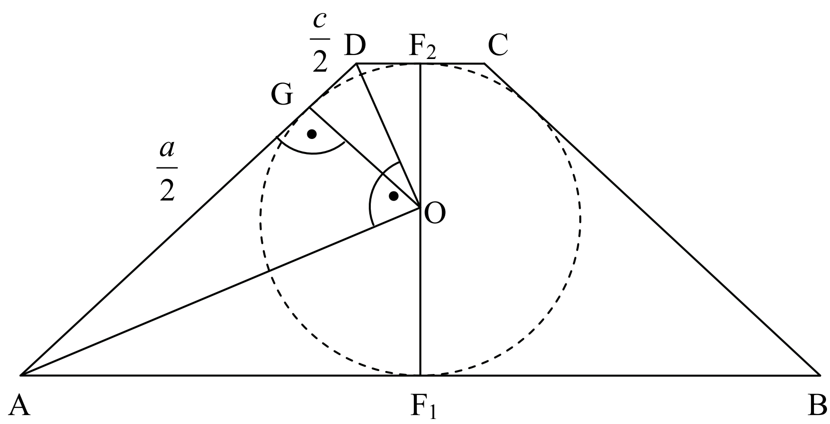
6. b)

Der erhaltene Rotationskörper wird von einem Drehzylinder und zwei kongruenten geraden Kegeln zusammengesetzt.	1 Punkt	*Wenn dieser Gedanke während der Lösung erscheint, ist dieser Punkt zu geben.*
Der Grundkreisradius des Zylinders und der Kegeln $r=m=10$.	1 Punkt	
Die Höhe des Zylinders $CD=5$, die Höhe der Kegel $AE=\frac{15}{2}$.	2 Punkte	
So ist das Volumen des Rotationskörpers: $V=2\cdot\frac{r^2\pi\cdot AE}{3}+r^2\pi\cdot CD=1000\pi(\approx 3141{,}59)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

6. c) Erste Lösung

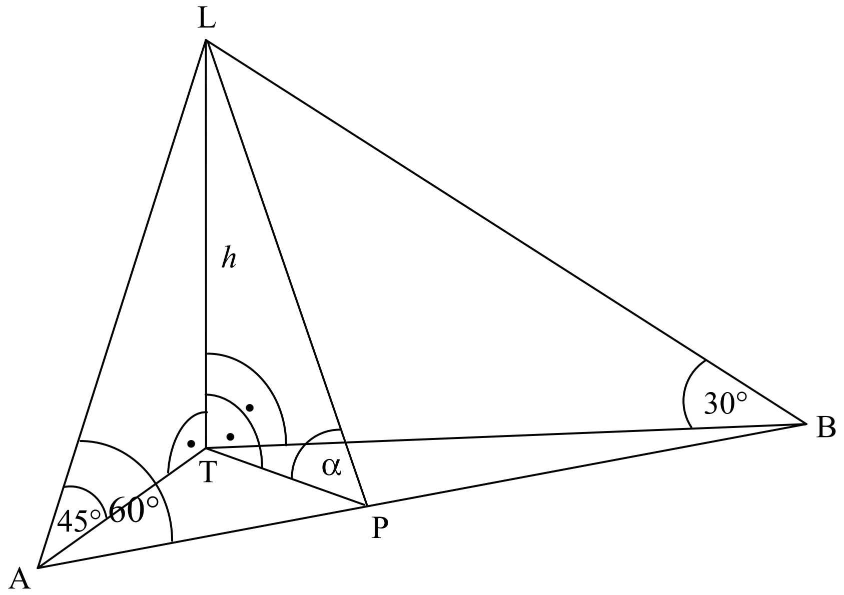


Wenn die Basen des Trapezes die Länge a und c ($a \geq c$) haben, die Schenkel die Lange b *besitzen*, und die Höhe die Länge m hat, dann sollte man beweisen, dass $m = \sqrt{ac}$, oder anders $m^2 = ac$ ist.	1 Punkt	
Das Trapez ist ein Tangentenviereck, also $b = \frac{a+c}{2}$.	1 Punkt	
Wegen der Symmetrie gilt entsprechend der Bezeichnungen der Abbildung $AE = \frac{a-c}{2}$.	1 Punkt	
Nach dem Satz des Pythagoras $m^2 = \left(\frac{a+c}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-c}{2}\right)^2 =$	1 Punkt	
$= ac$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**6 Punkte**	



6. c) Zweite Lösung		
Bezeichne O den Inkreismittelpunkt, und G den Berührungspunkt des Inkreises mit der Seite AD. Zu diesem Kreis sind die Tangenten von einem äußeren Punkt gleich lang, dann gilt laut Abbildung $AG = AF_1 = \frac{a}{2}$ und $DG = DF_2 = \frac{c}{2}$.	1 Punkt	*Wenn dieser Gedanke während der Lösung erscheint oder von der Abbildung abzulesen ist, dann ist dieser Punkt zu geben.*
Da die Winkelsumme auf den Schenkeln des Trapezes 180° ist, und O der Schnittpunkt der inneren Winkelhalbierenden ist , deshalb gilt $\angle DAO + \angle ODA = 90^\circ$, also das Dreieck AOD ist in O rechtwinklig,	1 Punkt	
und die Höhe zur Hypothenuse ist der Radius des Kreises (OG),	1 Punkt	
was der halben Höhe des Trapezes entspricht.	1 Punkt	
Durch den Höhensatz im Dreieck AOD ist:	1 Punkt	
$\frac{m}{2} = \sqrt{\frac{a}{2} \cdot \frac{c}{2}} \Leftrightarrow m = \sqrt{ac}$, und das wollte man beweisen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

7.



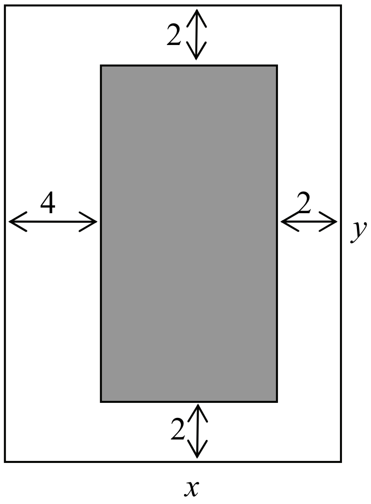
7. a)

Das Dreieck ATL ist ein gleichschenklig rechtwinkliges Dreieck,	1 Punkt	
also $AL = h\sqrt{2}\ (\approx 1191)$.	1 Punkt	
Im Dreieck BLT ist dann $BL = \frac{h}{\sin 30°} = 2h(\approx 1684)$.	2 Punkte	
Nach dem Kosinussatz im Dreieck ABL *erhält man* $BL^2 = AL^2 + AB^2 - 2 \cdot AL \cdot AB \cdot \cos 60°$,	1 Punkt*	
$4h^2 = 2h^2 + AB^2 - \sqrt{2} \cdot h \cdot AB$,	1 Punkt*	*Die 2 Punkte sind auch für die Gleichung* $AB^2 - 1191AB - 1417375 = 0$ *zu geben.*
$AB^2 - \sqrt{2} \cdot h \cdot AB - 2h^2 = 0$.	1 Punkt*	
AB ist eine Entfernung, deshalb ist sie positiv, also $AB = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{10}}{2}h \approx 1927$ Meter.	1 Punkt*	
Insgesamt:	**8 Punkte**	

* *Wenn im Dreieck ΔABL erst die fehlenden Winkeln berechnet werden, dann sind 1-1 Punkt* $(\angle ABL = 37{,}76°; \angle ALB = 82{,}24°)$ *zu geben; ist dann der Kosinussatz richtig aufgeschrieben, dann noch 1 Punkt; wurde ein richtiges Ergebnis angegeben, dann ist noch 1 Punkt zu geben.*

7. b)		
In rechtwinkligen Dreieck PLT $\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{TP}$.	2 Punkte	
α ist ein spitzer Winkel, und die Funktion Tangens ist hier streng monoton steigend, also reicht aus, den Quotienten $\frac{h}{TP}$ zu untersuchen.	1 Punkt	
Der Zähler ist konstant, also ist der Wert des Bruches dann maximal, wenn der Nenner also TP minimal ist.	1 Punkt	
Das wird dann erfüllt, wenn TP senkrecht auf den Geraden AB steht, also die Höhe des Dreieck *ABT ist*, somit ist der gesuchte Punkt der Fußpunkt der Höhe durch T des Dreiecks ABT auf der Geraden AB.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

7. c)		
Nach der Bedingung: $p_0 e^{Ch} = 0{,}8 p_0$.	1 Punkt	
$h = \frac{\log_e 0{,}8}{C} \left(= \frac{\lg 0{,}8}{C \lg e} \right)$,	1 Punkt	
$h \approx 1783\,(\mathrm{m})$ gewann der Luftballon an Höhe.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	



8. a) erste Lösung

Seien die Längen der benachbarten Seiten eines Blattes x, y.	1 Punkt	*Wenn die Bedeutung der Verwendeten Unbekannten nach der Abbildung klar ist, dann ist der 1 Punkt zu geben.*
$xy = 600,\ y = \frac{600}{x}$. (1)	1 Punkt	
Die Druckfläche: $A = (x-6)(y-4)$, (2)	1 Punkt	
wobei $x > 6$ und $y > 4$; (also $x \in \left]6;150\right[$)	1 Punkt*	
(1) wird in (2) eingesetzt: $A(x) = (x-6)\left(\frac{600}{x} - 4\right)$.	1 Punkt	
$A(x) = 624 - 4x - \frac{3600}{x}$	1 Punkt	
Mann muss den maximalen Wert der Funktion $A(x)$ bestimmen. $A'(x) = -4 + \frac{3600}{x^2}$	1 Punkt	
$-4 + \frac{3600}{x^2} = 0$.	1 Punkt	
Die Lösung dieser Gleichung in der Grundmenge: $x = 30$.	1 Punkt	*Bei dem mit * Bezeichnetem ist auch dann der Punkt zu geben, wenn die Grundmenge von x erst hier klar gestellt wird.*
Die zweite Ableitung: $A''(x) = -2 \cdot \frac{3600}{x^3}$.	1 Punkt	*Wenn die zweite Ableitung nicht berechnet wird, sondern von der ersten Ableitung durch Vorzeichenwechsel begründet wird, dann sind die 2 Punkte zu geben.*
Weil die zweite Ableitung an jeder positiven Stelle negativ ist, also auch bei $x = 30$ hat die Funktion A ein Maximum an dieser Stelle.	1 Punkt	
Die zwei Seiten des Blattes sind 30 cm und 20 cm lang.	1 Punkt	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

8. a) **zweite Lösung**		
Seien die Längen der benachbarten Seiten des Blattes x, y.	1 Punkt	*Wenn die Bedeutung der verwendeten Unbekannten nach der Abbildung klar isr, dann ist die 1 Punkt zu geben.*
Die Druckfläche: $A=(x-6)(y-4)$,	1 Punkt	
wobei $x > 6$ und $y > 4$.	1 Punkt*	
$A = xy - 4x - 6y + 24 = 624 - 2\cdot(3y+2x)$	1 Punkt	
Der Wer von A ist genau dann maximal, wenn $3y+2x$ einen minimalen Wert hat.	1 Punkt	
Durch Verwendung des Zusammenhanges zwischen dem arithmetischen und geometrischen Mittel: $\frac{3y+2x}{2} \ge \sqrt{3y\cdot 2x}$,	2 Punkte	*Bei dem mit * Bezeichnetem ist auch dann der Punkt zu geben, wenn die Grundmenge von x und y erst hier klar gestellt wird.*
wobei durch Verwendung von xy=600 $\frac{3y+2x}{2} \ge \sqrt{6xy} = \sqrt{6\cdot 600} = 60$.	2 Punkte	
Der Minimumswert der rechten Seite ist 60, wenn $3y = 2x$.	1 Punkt	
Daraus ergibt sich dann unter Verwendung von xy=600 $x = 30$ und $y = 20$.	1 Punkt	
Die zwei Seiten des Blattes sind 30 cm und 20 cm lang.	1 Punkt	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

8. b)		
Die Seitennummern sind auf den gedruckten Seiten von 3-122 aufgezählt,	1 Punkt	*Die 2 Punkte sind zu geben egal wie die Anzahl der Nummern berechnet wird die eine 2 erhalten. Richtige Antwort 1 Punkt, Begründung 1 Punkt.*
darunter sind insgesamt 23, die eine 2 erhalten.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist: $P=\frac{23}{120}(\approx 0{,}1917)$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

9. a)		
Für die Auswahl von 3 Stühlen aus den 9 gibt es $\binom{9}{3}$ Möglichkeiten.	1 Punkt	
Auf die 3 Stühle können sich die Professoren in $3! = 6$ verschiedene Reihenfolgen setzen.	1 Punkt	
Sie ist die Anzahl der Möglichkeiten: $\binom{9}{3} \cdot 6 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504.$	2 Punkte	
Insgesamt:	**4 Punkte**	*Die 4 Punkte sind auch dann zu geben wenn die Lösung als Variation aufgeschrieben wird, aber mit Begründung. Ohne eine Begründung sind 2 Punkte zu geben.*

9. b)		
Zwischen den 6 Studenten gibt es 5 freie Plätze wo sich die Professoren setzen können. Also die 3 Plätze für die Professoren können in $\binom{5}{3}$, also 10 verschiedenen Kombinationen angegeben werden.	2 Punkte	
Die Schüler können sich untereinander in $6! = 720$ Möglichkeiten hinsetzen,	1 Punkt	
und die Professoren in $3! = 6$ verschiedene Möglichkeiten hinsetzen.	1 Punkt	
So ist die Anzahl aller Möglichkeiten: $\binom{5}{3} \cdot 6! \cdot 3! = 43200$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

9. c)		
Die Preisverleihung kann auf 9! Arten durchgeführt werden.	1 Punkt	*Wird die richtige Wahrscheinlichkeit als Produkt der Wahrscheinlichkeiten erhalten ($\frac{6}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{5}{7} = \frac{5}{84}$), dann sind für die einzelnen Faktoren je 1-1 Punkt zu geben, und wird sich auf die Unabhängigkeit der Ereignisse bezogen, dann ist noch 1 Punkt zu geben.*
Sowohl der erste als auch der dritte Preisträger ist ein Student, dafür gibt es $6 \cdot 5 = 30$ verschiedene Möglichkeiten.	2 Punkte	
Außer diesen beiden Studenten und dem Biologieprofessor können die anderen die Preise in 6! Möglichkeiten erhalten.	1 Punkt	
So ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $P = \frac{30 \cdot 6!}{9!} = \frac{5}{84} \approx 0{,}06$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**6 Punkte**	