Azonosító jel:															

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. május 9.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. május 9. 8:00

Időtartam: 240 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 240 Minuten zur Verfügung, nach dem Ablauf der Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.

2. Die Reihenfolge der Ausarbeitung der Aufgaben ist beliebig.

3. Im Teil II müssen Sie nur vier von den fünf gegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie am Ende ihrer Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen!**
   Wenn es für die Korrektoren nicht eindeutig erkennbar ist, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die neunte Aufgabe nicht bewertet.

4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die für die Speicherung und Darstellung von Texten nicht geeignet sind, und ein beliebiges Tafelwerk zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!

5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten für die Aufgabe bestimmten Punkte werden dafür vergeben!**

6. **Achten Sie darauf, dass die wichtigsten Berechnungen anschaulich sind!**

7. Während der Aufgabenlösung kann man **den Gebrauch des Taschenrechners –ohne weitere mathematische Begründung- bei den folgenden Rechnungen akzeptieren:** Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen, Berechnen von $n!$, $\binom{n}{k}$, für die Ersetzung der Tabellen im Tafelwerk (sin, cos, tg, log und ihre Umkehrfunktionen), zur Angabe des Näherungswertes von der Zahlen π und e, zur Bestimmung der Lösungen einer auf Null reduzierten quadratischen Gleichung. Weiterhin darf man den Taschenrechner ohne mathematischen Begründung verwenden, wenn der Durchschnitt und die Streuung berechnet wird, es sei denn der Text der Aufgabe verlangt eindeutig die Nebenrechnungen dazu. **In anderen Fällen gelten die mit Taschenrechner durchgeführten Rechnungen als nicht begründete Schritte, für die keine Punkte verteilt werden können.**

8. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen gelernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Namen des Satzes nennen und kurz begründen, warum der Satz hier verwendbar ist. Der Bezug auf weitere Sätze wird nur dann vollständig akzeptiert, wenn Sie den Satz mit allen Bedingungen genau formulieren (ohne Beweis) und seine Anwendung im konkreten Fall begründen.

9. Die Endergebnisse der Aufgaben, die die gestellte Frage beantworten, müssen Sie in einem Antwortsatz formulieren!

10. Schreiben sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte, die Abbildungen können auch mit Bleistift gezeichnet werden! Außerhalb der Abbildungen werden die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, kann dieses nicht bewertet werden.

11. Bei den einzelnen Aufgaben ist nur eine Lösung zu bewerten. Bei mehreren Lösungsversuchen **markieren Sie bitte eindeutig**, welchen Sie für richtig halten!

12. Beschreiben Sie **bitte die grauen Kästchen nicht**!

I.

1. Lösen Sie die folgenden Ungleichungen in der Menge der reellen Zahlen!

a) $\lg x < 2$

b) $4x < 5 - x^2$

c) $0{,}5^{|x-3|} < 0{,}25$

a)	3 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	5 Punkte	
I.:	12 Punkte	

2. Noemis erste Universitätsprüfung besteht aus drei Teilen: aus einer Projektarbeit, einer schriftlichen Klausur und einer mündlichen Prüfung. Die Ergebnisse aller drei Teile werden in Prozent angegeben.
Das Endergebnis der Prüfung wird mit einer Zahl so angegeben, dass das gewogene arithmetische Mittel aus den in Prozent angegebenen Ergebnissen der drei Teile berechnet wird. Das Ergebnis der Projektarbeit wird mit dem Gewicht 2, das Ergebnis der schriftlichen Klausur mit dem Gewicht 5 und das Ergebnis der mündlichen Prüfung mit dem Gewicht 3 beachtet.
Noemis Projektarbeit war 73%-ig, ihre schriftliche Klausur war 64%-ig.

a) Mindestens wie viel Prozent muss sie in der mündlichen Prüfung erreichen, damit das Endergebnis ihrer Universitätsprüfung mindestens 70% wird?

Als man die Ergebnisse des ersten Jahrganges untersucht hat, stellte sich heraus, dass der Durchschnitt der Prüfungsergebnisse der 75 Studentinnen 70%, der Durchschnitt der Prüfungsergebnisse der (männlichen) Studenten 62% war. Der Durchschnitt der Prüfungsergebnisse der 40 Studentinnen und Studenten, die im Studentenheim wohnen, war 71%, der Durchschnitt derjenigen Studentinnen und Studenten, die nicht im Studentenwohnheim wohnen, war 65%.

b) Wie viele Studierende haben im ersten Jahrgang insgesamt die Prüfung abgelegt?

a)	4 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	11 Punkte	

3. Die folgende Tabelle zeigt die Massen der Mitglieder eines 8-köpfigen Freundeskreises.

Name	Albert	Bori	Csaba	Dénes	Elek	Frigyes	Gabi	Helga
Masse (kg)	82	74	90	88	85	85	63	71

a) Geben Sie den Median, den Durchschnitt und der Streuung der 8 Daten an!

Diese 8 Menschen möchten mit dem Lift auf den obersten Stock fahren, wo die Veranstaltung des Freundeskreises gehalten wird. An der Tür des kleinen Liftes steht die folgende Aufschrift: „*Max. 3 Personen oder 230 kg*“ (also im Lift dürfen nicht mehr als 3 Personen fahren, weiterhin darf die Summe der im Lift fahrenden Personen nicht mehr als 230 kg sein).

b) Beweisen Sie, dass drei Runden mit dem Lift reichen, dass alle 8 Personen (bei der Einhaltung der Vorschriften) mit dem Lift auf den Ort der Veranstaltung fahren können.

Nach der Renovierung des Liftes erhöht sich die erlaubte maximale Masse der im Lift fahrenden Personen auf 300 kg, die Begrenzung der Personenzahl bleibt jedoch erhalten (höchstens 3 Personen dürfen gleichzeitig fahren).

c) Auf wie viele verschiedene Weisen können die 8 Mitglieder des Freundeskreises mit dem Lift hochfahren, wenn sie die neue Vorschrift beachten und in allen Runden mindestens zwei Personen gemeinsam fahren? (Zwei „Hochfahren“ werden als unterschiedlich betrachtet, wenn bei den zwei Hochfahren die Zusammensetzung mindestens einer Gruppe nicht gleich ist, oder die Gruppen in einer anderen Reihenfolge auf den obersten Stock gekommen sind.)

a)	4 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	7 Punkte	
I.:	14 Punkte	

4. **a)** Wie groß ist der Flächeninhalt der Figur, die von der Parabel mit der Gleichung $y = -x^2 + x + 6$ und der Geraden mit der Gleichung $x - y + 2 = 0$ eingeschlossen ist?

Die Parabel mit der Gleichung $y = -x^2 + x + 6$ schneidet die x-Achse in den Punkten A und B.

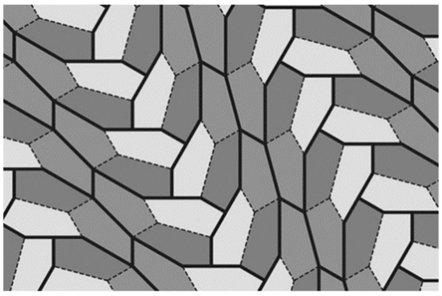
b) Berechnen Sie die Steigung der Tangente der Parabel im Punkt B, wenn man weiß, dass die erste Koordinate von B positiv ist!

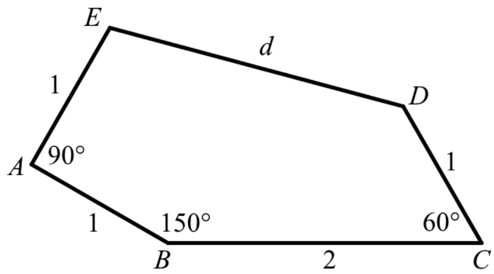
a)	8 Punkte	
b)	6 Punkte	
I.:	14 Punkte	

II.

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

5. Im Internet erschien im Jahr 2015 die interessante Nachricht, dass Mathematiker eine neue, lückenlose Überdeckung der Ebene (Parkettierung) mit kongruenten Fünfecken entdeckt haben. (In den zwei Abbildungen kann man einen Teil der Parkettierung, bzw. einige Angaben eines Fünfecks der Parkettierung sehen: $EA = AB = CD = 1$, $BC = 2$, $EAB\angle = 90°$, $ABC\angle = 150°$, $BCD\angle = 60°$.)





a) Beweisen Sie, dass die zwei Diagonalen aus der Ecke B des Fünfeckes in der Abbildung 75° einschließen.

b) Beweisen Sie (z.B. mit Hilfe der Additionstheoreme), dass $\cos 75° = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ ist.

c) Beweisen Sie, dass der genaue Wert der Seite *DE* des Fünfecks $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ ist.

d) Beweisen Sie, dass $\sqrt{2+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$ gilt.

a)	5 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	5 Punkte	
d)	3 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

6. **a)** Der logische Wert der Aussagen A und C ist wahr, der logische Wert der Aussage B ist falsch. Bestimmen Sie den logischen Wert der folgenden Aussagen!
(Die Antworten müssen **hier** nicht begründet werden.)

(1) $\neg A \vee \neg B$
(2) $(A \wedge B) \vee \neg C$
(3) $B \rightarrow \neg A$
(4) $\neg A \leftrightarrow B$
(5) $A \rightarrow (B \wedge C)$

Die Menge H ist die Menge der einfachen Graphen mit zehn Knotenpunkten. Die folgende Aussage bezieht sich auf die Elemente der Menge H: *Wenn ein (einfacher) Graph (mit zehn Kontenpunkten) höchstens 8 Kanten hat, enthält er keinen Kreis.*

b) Entscheiden Sie, ob die Aussage wahr oder falsch ist! Begründen Sie Ihre Antwort!

c) Formulieren Sie die Umkehrung der Aussage bezüglich der Elemente der Menge H, und entscheiden Sie über diese umgekehrte Aussage, ob sie wahr oder falsch ist! Begründen Sie Ihre Antwort!

Von den Kanten eines vollständigen Graphen mit zehn Knotenpunkten werden zufällig drei verschiede ausgewählt. (Vollständiger Graph: ein einfacher Graph, in dem alle zwei Punkte mit einer Kante verbunden sind.)

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die drei ausgewählten Kanten einen Kreis des Graphen bilden!

a)	3 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	4 Punkte	
d)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

7. **a)** Wie viele verschiedene spitzwinklige Dreiecke existieren, deren Winkel in Grad gemessen verschiedene ganze Zahlen sind, und die Winkel die aufeinanderfolgenden Glieder einer wachsenden arithmetischen Folge sind? (Zwei Dreiecke werden unterschiedlich betrachtet, wenn sie einander nicht ähnlich sind.)

b) Beweisen Sie, dass es kein regelmäßiges n-Eck gibt, dessen Innenwinkel n Grad groß sind!

c) Man weiß über ein regelmäßiges n-Eck, dass seine Innenwinkel in Grad gemessen ganze Zahlen sind. Wie viele verschiedene Werte kann n besitzen?

a)	4 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	8 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

8. Während einer Seuche wurden 0,2% der Bevölkerung einer Großstadt mit dem Virus infiziert, der die Seuche verursacht hat. In dieser Zeit sind von den Stadtbewohnern 80 in dem gleichen Bus gefahren.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es unter den 80 Fahrgästen des Busses mindestens einen Infizierten gibt? Geben Sie Ihre Antwort auf zwei Nachkommastellen gerundet an!

Laut Vorhersagen bezüglich der Verbreitung der Seuche wächst die Anzahl der Infizierten jeden Tag auf 105% des vorherigen Tages in der Großstadt.

b) In wie vielen Tagen würde der Anteil der Infizierten von 0,2% der Gesamtbevölkerung der Stadt auf 1% der Gesamtbevölkerung der Stadt steigen, wenn das Tempo des Wachstums der Vorhersage entspricht?

Ein Schnelltest, der im öffentlichen Handelsverkehr zu kaufen ist, verspricht den Kunden, dass der Test die Virusinfektion anzeigen kann. In der Packungsbeilage des Produkts steht: „*Der Test zeigt bei den virusinfizierten Kranken die Infektion mit 99% Wahrscheinlichkeit an. Auch bei den nicht infizierten Menschen zeigt der Test in manchen Fällen eine Infektion an, aber diese falsche Anzeige hat lediglich die Wahrscheinlichkeit von 4%*“.

c) Man weiß, dass 0,2% der Bevölkerung der Großstadt mit dem Virus infiziert ist, der die Seuche verursacht hat. Beweisen Sie, wenn der Schnelltest eines zufällig ausgewählten Stadtbewohners eine Infektion anzeigt, ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Testperson wirklich infiziert ist, weniger als 0,05. (Der Schnelltest ist also ein zuverlässiges Mittel, um anzuzeigen, dass jemand nicht infiziert ist.)

a)	4 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	7 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

9. Man möchte mit der Eisenbahn insgesamt 350 Tonnen Waren in mehreren Teilen abliefern. Im Angebot einer Lieferfirma besteht die Lieferungsgebühr aus zwei Teilen. Einerseits muss man eine dem Quadrat der abgelieferten Warenmasse entsprechende Gebühr bezahlen, andererseits wird eine von der Warenmasse unabhängige Grundgebühr verlangt: wenn man gleichzeitig die Ablieferung von t Tonnen Waren bestellt, muss man $\frac{t^2}{10} + 205$ Euro bezahlen.

a) Beweisen Sie: Wenn man die Waren von 350 Tonnen in zwei Teilen (zu zwei Angelegenheiten) abliefern lässt, dann wären die Eisenbahnkosten am kleinsten, wenn die Ware in zwei gleichgroße Teile zerlegt wird.

Um die Ablieferungskosten mit der Eisenbahn reduzieren zu können, wurden die 350 Tonnen schweren Waren in n gleichgroße Teile zerlegt. Man plant, dass man die Bahn jedes Mal je einen Teil abliefern lässt. ($n \in \mathbf{N}^+$)

b) Beweisen Sie, dass laut des Angebotes der Lieferfirma die Gesamtgebühr der n-maligen Ablieferung mit der Bahn insgesamt $\frac{12\,250}{n} + 205n$ Euro wäre!

Man muss außer den Ablieferungskosten beachten, wenn man die 350 Tonnen schweren Waren in n gleichgroße Teile zerlegen möchte, muss man für diese Arbeit insgesamt $(n-1) \cdot 400$ Euro bezahlen. ($n \in \mathbf{N}^+$)

c) Bei wie vielen gleichgroßen Teilen wäre die Ablieferung der Waren von 350 Tonnen am billigsten?

a)	4 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	9 Punkte	
I.:	16 Punkte	

	Nummer der Aufgabe	Punktzahl maximale	Punktzahl erreichte	Punktzahl maximale	Punktzahl erreichte
I. Teil	1.	12		**51**	
	2.	11			
	3.	14			
	4.	14			
II. Teil		16		**64**	
		16			
		16			
		16			
		← die nicht gewählte Aufgabe			
Die Punktzahl des schriftlichen Teiles				**115**	

Datum

Korrektor

	Pontszám **egész számra** kerekítve elért	Pontszám **egész számra** kerekítve programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző