



ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

**MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN**

**EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA**

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

Időtartam: 300 perc

Pótlapok száma
Tisztázati
Piszkozati

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 300 Minuten zur Verfügung, nach dem Ablauf der Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.
2. Die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben ist beliebig.
3. Im Teil II müssen Sie nur vier der fünf gegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie am Ende ihrer Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen!** Wenn es für die Korrektoren *nicht eindeutig erkennbar ist*, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die letzte der aufgegebenen Aufgaben nicht bewertet.

4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die für die Speicherung und Darstellung von Texten nicht geeignet sind, und ein beliebiges Tafelwerk zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!
5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten für die Aufgabe bestimmten Punkte werden dafür vergeben!**
6. **Achten Sie darauf, dass die wichtigsten Berechnungen anschaulich sind!**
7. Während der Aufgabenlösung kann man **den Gebrauch des Taschenrechners – ohne weitere mathematische Begründung – bei den folgenden Rechnungen akzeptieren:** Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen, Berechnen von $n!$, $\binom{n}{k}$, für die Ersetzung der Tabellen im Tafelwerk (\sin , \cos , \tg , \log und ihre Umkehrfunktionen), zur Angabe des Näherungswertes von den Zahlen π und e , zur Bestimmung der Lösungen einer auf Null reduzierten quadratischen Gleichung. Weiterhin darf man den Taschenrechner ohne mathematischen Begründung verwenden, wenn der Durchschnitt und die Streuung berechnet wird, es sei denn der Text der Aufgabe verlangt eindeutig die Nebenrechnungen dazu. **In anderen Fällen gelten die mit Taschenrechner durchgeföhrten Rechnungen als nicht begründete Schritte, für die keine Punkte verteilt werden können.**
8. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen gelernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Namen des Satzes nennen und kurz begründen, warum der Satz hier verwendbar ist. Der Bezug auf weitere Sätze wird nur dann vollständig akzeptiert, wenn Sie den Satz mit allen Bedingungen genau formulieren (ohne Beweis) und seine Anwendung im konkreten Fall begründen.

9. Die Endergebnisse der Aufgaben (die Antwort auf die gestellte Frage), müssen Sie in einem Antwortsatz formulieren!
10. Schreiben sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte, die Abbildungen können auch mit Bleistift gezeichnet werden! Außerhalb der Abbildungen werden die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, kann dieses nicht bewertet werden.
11. Bei den einzelnen Aufgaben ist nur eine Lösung zu bewerten. Bei mehreren Lösungsversuchen **markieren Sie bitte eindeutig**, welchen Sie für richtig halten!
12. Bitte, **beschreiben Sie die grauen Kästchen nicht!**

I.

1. a) Man würfelt mit einem regulären Spielwürfel 7-mal und addiert die geworfenen Zahlen. Wie viele verschiedene Wurfreihen gibt es, in denen die Summe der sieben gewürfelten Zahlen 9 ist? (Die Reihenfolge der geworfenen Zahlen ist ebenfalls wichtig.)
- b) Man hat mit einem regulären Spielwürfeln 8-mal gewürfelt. Die ersten sieben Würfe waren 2, 1, 3, 5, 4, 3, 5. Was konnte der achte Wurf sein, wenn man weiß, dass nach acht Würfen der Durchschnitt der geworfenen Zahlen größer war als der Median der geworfenen Zahlen?
- c) Man würfelt mit einem regulären Spielwürfel zweimal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der zweite Wurf größer ist als der erste?

a)	4 Punkte	
b)	6 Punkte	
c)	4 Punkte	
I.:	14 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. a) Gegeben sind die Aussagen A , B , C . Der logische Wert der Aussagen A und B ist wahr, der logische Wert der Aussage C ist falsch.
Bestimmen Sie den logischen Wert der folgenden Aussagen! (Sie müssen **hier** ihre Antworten nicht begründen.)

- (1) $A \wedge C$
- (2) $\neg A \vee B$
- (3) $B \rightarrow C$
- (4) $(A \wedge \neg B) \vee C$

Bezeichnen x und y die erste und zweite Koordinate eines beliebigen Punktes im kartesischen Koordinatensystem, und sei c eine reelle Zahl.

- b) Ist die folgende Aussage wahr?

Wenn $c \leq 12$ ist, ist $x^2 + 4x + y^2 - 6y + c = 0$ die Gleichung eines Kreises.

(Begründen Sie Ihre Antwort!)

- c) Formulieren Sie die Umkehrung der Aussage, und entscheiden Sie auch über die Umkehrung der Aussage, ob sie wahr oder falsch ist! (Begründen Sie Ihre Antwort!)

a)	3 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	3 Punkte	
I.:	10 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Die Längen von drei Seiten eines Dreiecks (in irgendeiner Reihenfolge) können als drei benachbarte Glieder einer geometrischen Folge betrachtet werden. Man kennt die Längen von zwei Seiten, eine ist 12 cm und die andere ist 27 cm lang.

- a) Wie lang kann die dritte Seite sein?

Die Längen der Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks ABC betragen $AC = 30$ Einheiten und $BC = 40$ Einheiten. Man zeichnet die Höhenlinie, die Winkelhalbierende und die Seitenhalbierende, die aus der rechtwinkligen Ecke ausgehen, ein. Ihre Schnittpunkte mit der Hypotenuse werden der Reihe nach mit P , Q und R bezeichnet.

- b) Schreiben Sie das Verhältnis $AP:PQ:QR:RB$ mit ganzen Zahlen auf! Rechnen Sie mit genauen Werten!

a)	5 Punkte	
b)	8 Punkte	
I.:	13 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Die Wirtschaftlichkeit verschiedener Verkehrssektoren wird häufig verglichen. Dabei werden die Treibstoffkosten für den Transport von 1 Person über eine Entfernung von 1 Kilometer berechnet.

Der durchschnittliche Treibstoffverbrauch eines Passagierflugzeugs Boeing 737-700 auf der 1.200 km langen Flugstrecke Budapest-Amsterdam beträgt ca. 2,4 Tonnen pro Stunde. Die Durchschnittsgeschwindigkeit des Flugzeugs auf der Flugstrecke beträgt ca. 750 km/h, die Anzahl der Personen, die transportiert werden können, beträgt 150 Personen. Der Einheitspreis für den Flugzeugtreibstoff beträgt 900 Euro/Tonne.

Der Kraftstoffverbrauch eines Autos beträgt ca. 6 Liter/100 km, die Anzahl der Personen, die transportiert werden können, beträgt 5 Personen. Der Einheitspreis für den Autokraftstoff beträgt 1,2 Euro/Liter.

- a) Es wird angenommen, dass alle Sitze sowohl im Flugzeug als auch im Auto belegt sind. Ist das Flug- oder das Autotransport für 1 Person in einer Entfernung von 1 Kilometer billiger, wenn man nur die Treibstoffkosten betrachtet?

Sandwiches, alkoholfreie Getränke und Kaffee sind an Bord eines der Flüge erhältlich. Der Preis für ein Sandwich beträgt 3,50 Euro, der Preis für ein Erfrischungsgetränk 3 Euro und der Preis für einen Kaffee 2,50 Euro. Das Menü aus einem Sandwich und einem alkoholfreien Getränk kostet 5,50 €.

28 Portionen Kaffee wurden verkauft. Es wurden doppelt so viele Sandwiches im Menü wie außerhalb des Menüs verkauft und aus alkoholfreien Getränken wurden im Menü 10 weniger verkauft als außerhalb des Menüs. Während der Verrechnung ergab sich, dass genau ein Drittel aller Einnahmen aus Menüverkäufen stammten.

- b) Bestimmen Sie die Einnahmen aus den Verkäufen an Bord auf diesem Flug!

a)	7 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	14 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

II.

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

5. Die Seitenlängen eines Dreiecks sind a , $a + 1$ und $a + 2$ Einheiten lang.

- a) Beweisen Sie, wenn der größte Winkel des Dreiecks γ ist, ist $\cos \gamma = \frac{a - 3}{2a}$.
- b) Bestimmen Sie die Länge der Seiten des Dreiecks, wenn der größte Winkel des Dreiecks 120 Grad beträgt.

Die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind 8 cm, 15 cm und 17 cm lang. Ein Punkt auf der Dreiecksfläche wird zufällig ausgewählt.

- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Punkt mindestens 3 cm von jeder Ecke entfernt ist?

a)	6 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	7 Punkte	
I.:	16 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

6. In einer Fabrik werden 5-Liter-Töpfe annähernd von der Form eines Rotationszylinders (oben offen) hergestellt.

- a) Wie groß ist der Radius des Grundkreises des 5-Liter-Topfes, wenn die Höhe 15 cm beträgt?
- b) Die Außenfläche der Töpfe ist mit einer dünnen Schicht roter Emaille überzogen. Wie groß sollte der Radius des Grundkreises des 5-Liter-Topfes sein, damit die Außenfläche mit möglichst wenig Emaille beschichtet wird?

Jedes fertige Produkt ist (unabhängig voneinander) mit der Wahrscheinlichkeit von p ein Ausschuss. Ein LKW liefert mehrere Tausende von Töpfen an den Kunden, von denen 20 von Qualitätsprüfern getestet werden, bevor die Lieferung übernommen wird.

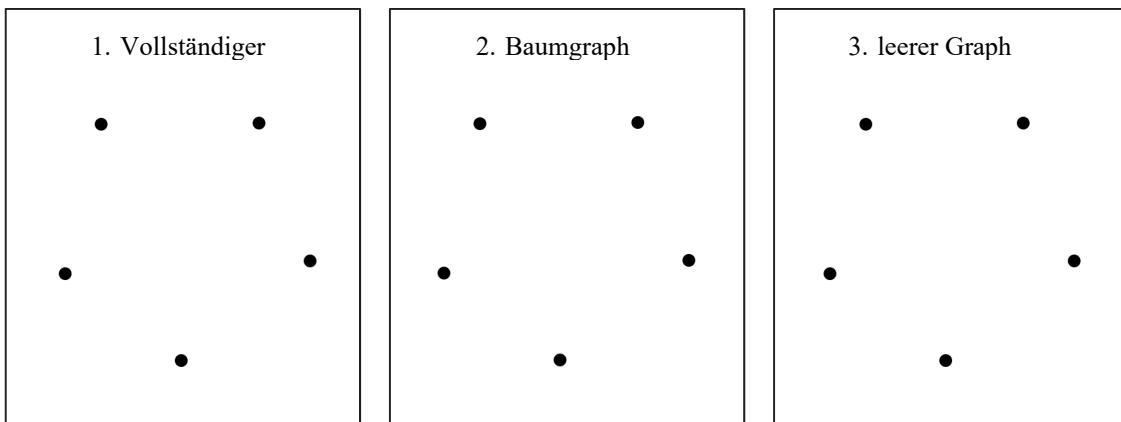
- c) Was kann der Maximalwert von p sein, wenn eine Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,8 besteht, dass keines der 20 getesteten Produkte ein Ausschuss ist?

a)	3 Punkte	
b)	8 Punkte	
c)	5 Punkte	
I.:	16 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

7. a) Zwei positive ganze Zahlen sind relativ prim, ihr kleinstes gemeinsames Vielfaches ist 35 700. Bestimmen Sie die Anzahl der Zahlenpaare mit dieser Eigenschaft.
(Die Zahlenpaare (a, b) und (b, a) werden nicht als unterschiedlich betrachtet.)
- b) Sei $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Wie viele Teilmengen hat H , in dem das Produkt der Elemente durch 9 teilbar ist? (Im Fall einer Menge mit einem Element wird das einzige Element als "Produkt der Elemente" betrachtet.)
- c) Auf einem Blatt Papier sind fünf Punkte. Wir schreiben je eine positive ganze Zahl neben jeden Punkt. Es seien die angegebenen Punkte Knotenpunkte eines einfachen Graphen mit fünf Knotenpunkten. Zwei Knotenpunkte sind durch eine Kante genau dann verbunden, wenn eine der neben den Knotenpunkten geschriebenen Zahlen ein Vielfaches der anderen ist.
Jede der folgenden drei Abbildungen zeigt je 5 Punkte. Schreiben Sie in jede der drei Abbildungen **unterschiedliche** positive ganze Zahlen neben die 5 Punkte. Zeichnen Sie dann die Kanten des Diagramms gemäß der obigen Regel ein, sodass Sie im ersten Fall einen vollständigen Graphen, im zweiten Fall einen Baumgraphen und im dritten Fall einen leeren Graphen erhalten (der leere Graph hat keine Kanten)!



a)	5 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

8. Im Straßenverkehr kommt es häufig vor, dass ein Auto plötzlich anhalten muss. Unter trockenen Straßenbedingungen beträgt die Verlangsamung (Verzögerung) eines Autos typischerweise $7,5 \text{ m/s}^2$.

In diesem Fall lautet die Formel, die die momentane Geschwindigkeit im Zusammenhang der zurückgelegten Strecke beschreibt: $v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot x}$, wobei x die Länge der Entfernung ist, die vom Beginn des Bremsens in Metern gemessen wird, und v_0 die Geschwindigkeit des Fahrzeugs in m/s zu Beginn des Bremsens ist.

- a) Ein Auto fährt (bei trockener Straße) mit einer Geschwindigkeit von 18 m/s, wenn es zu bremsen beginnt. Kann es vor einem auf der Straße ausgerollten Ball anhalten, wenn der Ball dann 20 Meter von ihm entfernt ist?
- b) Bei der Untersuchung von Unfällen bestimmen Experten anhand der Länge der Bremsspur die Geschwindigkeit, mit der das Auto zu Beginn des Bremsens gefahren ist. Ein Auto hinterließ (unter trockenen Straßenbedingungen) vom Beginn des Bremsens bis zum vollständigen Stopps eine Bremsspur von 40 Metern. Wie viele m/s war die Geschwindigkeit des Autos zu Beginn des Bremsens?

Die zurückgelegte Strecke von der Wahrnehmung des Hindernisses bis zum Anhalten des Fahrzeugs ist der **Anhalteweg**. Es besteht aus zwei Teilen: aus **der während der Reaktionszeit des Fahrers zurückgelegten Strecke** und **aus dem Bremsweg**.

Die Reaktionszeit des Fahrers ist die Zeit zwischen der Wahrnehmung und dem Beginn des Bremsens. Während dieser Zeit fährt das Auto mit unveränderter Geschwindigkeit. Die vom Bremsbeginn bis zum Anhalten des Fahrzeugs zurückgelegte Strecke wird Bremsweg genannt. Auf einer schneebedeckten, vereisten Straße nimmt die Verzögerung (Verlangsamung) ab, sie beträgt nur $1,5 \text{ m/s}^2$, und dann ändert sich die Formel, die die momentane Geschwindigkeit beim Bremsen beschreibt: $v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 1,5 \cdot x}$.

- c) Es wird angenommen, dass ein Fahrer eine Reaktionszeit von 0,8 Sekunden hat. Berechnen Sie den **Anhalteweg** eines Autos, das bei trockener Straße mit einer Geschwindigkeit von 15 m/s (54 km/h) fährt. Bei welcher Geschwindigkeit ist der **Anhalteweg** auf einer schneebedeckten, vereisten Straße gleich so lang?

a)	4 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	9 Punkte	
I.:	16 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9. müssen Sie vier beliebig ausgewählte Aufgaben lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie bitte ins leere Kästchen auf der Seite 2!

9. a) Bestimmen Sie in der Funktion $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ die Werte der reellen Parameter a , b und c , wenn über die Funktion die Folgenden bekannt sind:

- (1) $f(0) = 1$;
(2) $f(1) = 0$;
(3) $f'(2) = f''(1)$ (der Wert der ersten Ableitung von f an der Stelle $x = 2$ ist gleich dem Wert der zweiten Ableitung von f an der Stelle $x = 1$).

- b) Beweisen Sie, dass die Graphen mit den Gleichungen

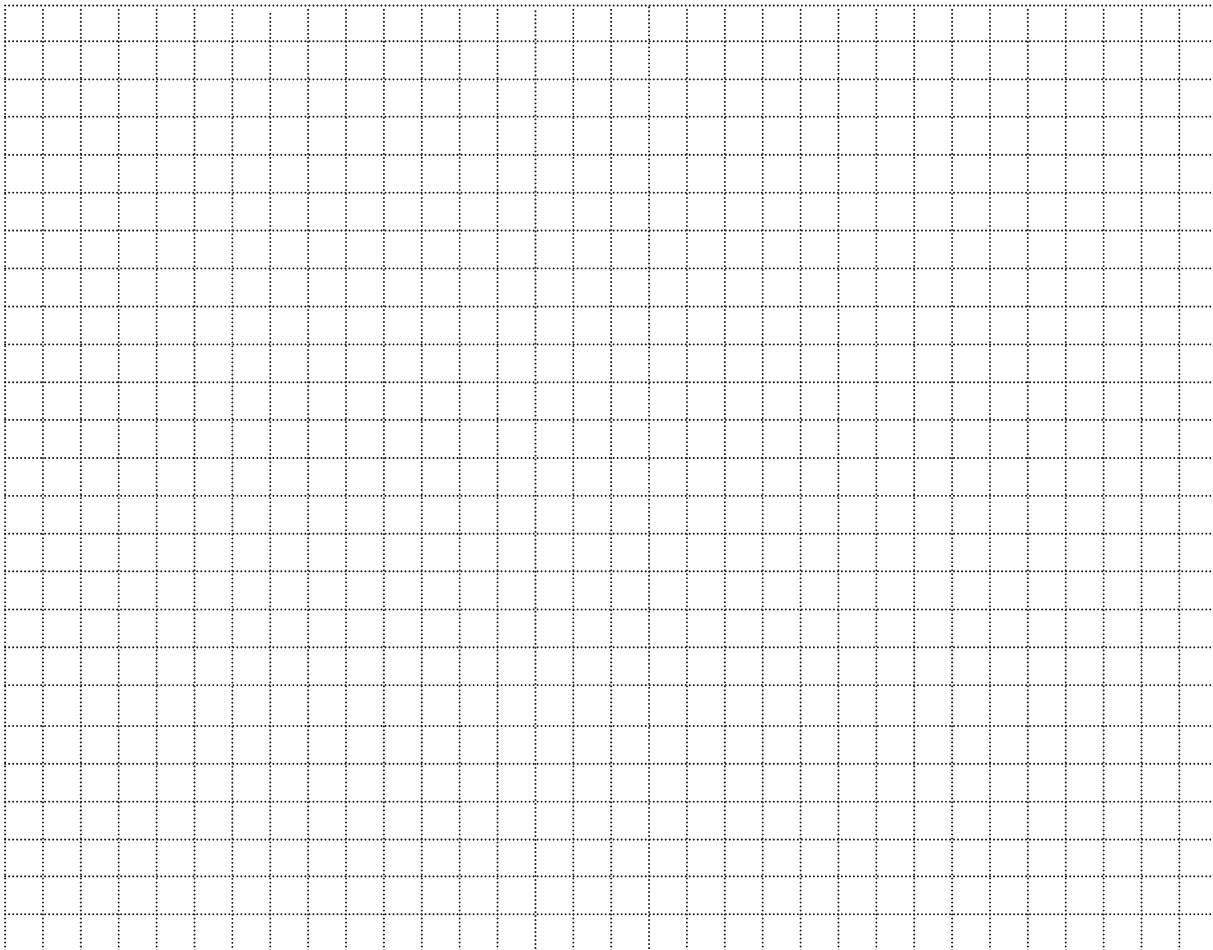
$$y = x^3 - 4x^2 + 2x + 3 \text{ und } y = x^3 + 3$$

zwei gemeinsame Punkte haben, und berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die von den zwei Graphen eingeschlossen ist!

a)	10 Punkte	
b)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

A large grid consisting of 20 columns and 20 rows of small squares, intended for calculations or drawing.

Nummer der Aufgabe	Punktzahl			
	maximale	erreichte	maximale	erreichte
I. Teil	1.	14	51	
	2.	10		
	3.	13		
	4.	14		
II. Teil		16	64	
		16		
		16		
		16		
	← die nicht gewählte Aufgabe			
Punktzahl des schriftlichen Teiles			115	

Datum

Korrektor

pontszáma egész számra kerekítve	
elért	programba beírt
I. rész	
II. rész	

dátum

dátum

javító tanár

jegyző
