Azonosító jel:															

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

Időtartam: 300 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Instructions importantes

1. Vous disposez de 300 minutes pour exécuter les exercices. A l'issue du temps imparti, vous devez arrêter le travail.
2. L'ordre d'exécution des exercices est laissé libre.
3. Dans la II^{e} partie, il ne faut résoudre que quatre exercices sur les cinq. **A la fin du travail, écrivez le numéro de l'exercice non-choisi dans la case ci-dessous.** Si ce numéro d'exercice n'est pas *clairement indiqué,* alors, dans l'ordre proposé par l'énoncé, c'est le dernier exercice qui ne sera pas évalué. (Recevra zéro point.)

4. Lors de l'exécution des exercices vous pouvez utiliser une calculatrice qui n'est pas capable de stocker ni d'afficher des données texte. L'emploi de n'importe quel formulaire „négyjegyű függvénytáblázat" est permis. L'usage de tout autre outil électronique ou document écrit est interdit.
5. **Décrivez à chaque fois le raisonnement des résolutions, car une grande part des points de l'exercice seront attribués pour cela.**
6. **Veillez à ce que les plus importants calculs partiels soient également clairement rédigés.**
7. Lors du développement d'un raisonnement, **l'utilisation de la calculatrice (sans justification mathématique supplémentaire) est acceptable pour l'exécution des opérations suivantes :** addition, soustraction, multiplication, division, élévation à une puissance, extraction de racine, le calcul de $n!$ et de $\binom{n}{k}$, le remplacement des tables numériques se trouvant dans les formulaires (sin, cos, tg, log et leur inverse), le calcul par la valeur approchée de π et du nombre e, la détermination des racines d'une équation du second degré de forme réduite à zéro. L'utilisation des calculatrices est permise sans autre justification mathématique pour calculer la moyenne et l'écart-type sauf si la consigne de l'exercice exige la présentation des calculs partiels correspondants. **Dans tout autre cas, les calculs effectués par calculatrice sont considérés comme étapes non-justifiées, donc ils valent zéro point.**
8. Au cours de la résolution des problèmes, il n'est pas nécessaire d'énoncer, en tant que tels, les théorèmes désignés par un nom et étudiés à l'école (p. ex.: théorème de Pythagore, théorème de hauteur). Il suffit de les nommer. Par contre, il faut justifier brièvement leur applicabilité. La mention d'autres théorèmes est acceptable aux deux conditions suivantes : que l'affirmation soit énoncée précisément avec toutes les conditions (sans la démonstration), et que son applicabilité soit justifiée dans le problème en question.
9. Rédiger le résultat final des exercices (la réponse à la question posée) sous forme d'une phrase.

10. Ecrivez au stylo, les schémas peuvent être tracés au crayon. A l'exception des schémas, le correcteur ne pourra pas accepter les parties écrites au crayon. Si vous barrez une résolution ou bien une partie de résolution, alors elle ne sera pas évaluée.
11. A chaque exercice, une seule variante de résolution sera évaluée. Au cas où le candidat proposerait plusieurs solutions **il doit signaler sans équivoque** laquelle prendre en considération.
12. Prière de **ne rien écrire dans les rectangles gris**.

I.

1. **a)** On lance 7 fois un dé régulier, et on prend la somme des nombres obtenus. Combien y a – t – il de séries de lancers où la somme des nombres obtenus est 9? (L'ordre des nombres obtenus compte aussi.)

b) On lance 8 fois un dé régulier. Les sept premiers nombres obtenus étaient: 2, 1, 3, 5, 4, 3, 5. Trouver le huitième nombre obtenu, si on sait qu'après le huitième lancer, la moyenne des nombres obtenus était plus grande que la médiane des nombres obtenus.

c) On lance deux fois un dé régulier. Quelle est la probabilité que le deuxième nombre obtenu soit plus grand que le premier?

a)	4 points	
b)	6 points	
c)	4 points	
T.:	14 points	

2. **a)** Etant données les affirmations A, B, C. La valeur logique des affirmations A et B est vraie, la valeur logique de l'affirmation C est fausse.
Déterminer la valeur logique des affirmations suivantes. (**Ici**, vous ne devez pas justifier votre réponse.)

(1) $A \wedge C$
(2) $\neg A \vee B$
(3) $B \rightarrow C$
(4) $(A \wedge \neg B) \vee C$

Que x et y désignent la première et la deuxième coordonnée d'un point quelconque d'un repère orthonormal et c soit un nombre réel.

b) L'affirmation suivante est-elle vraie?
Si $c \leq 12$, *alors* $x^2+4x+y^2-6y+c=0$ *est l'équation d'un cercle.*
(Justifier votre réponse.)

c) Formuler la réciproque de l'affirmation, et décider si l'affirmation réciproque est vraie ou fausse. (Justifier votre réponse.)

a)	3 points	
b)	4 points	
c)	3 points	
T.:	10 points	

3. La longueur des trois côtés d'un triangle peuvent être considérés comme les trois termes voisins (dans un ordre quelconque) d'une suite géométrique. On connaît la longueur de deux côtés. L'un est égal à 12 cm, l'autre à 27 cm.

a) Quelle peut être la longueur du troisième côté.

La longueur des côtés formant l'angle droit du triangle rectangle ABC sont les suivants: $AC = 30$ unités et $BC = 40$ unités. On déssine la hauteur, la bissectrice intérieure, et la médiane issues de l'angle droit. Les points communs de ces lignes avec l'hypothénuse sont respectivement P, Q et R.

b) Donner la proportion $AP : PQ : QR : RB$ avec des nombres entiers. Utiliser des valeurs exactes.

a)	5 points	
b)	8 points	
T.:	13 points	

4. On compare souvent la rentabilité des différents modes de transport. Le calcul du coût du carburant pour transporter une personne sur 1 kilomètre fait partie de cette comparaison.
La consommation moyenne de carburant d'un avion de transport type Boeing 737-700 sur le trajet de 1200 km de Budapest – Amsterdam est environ 2,4 tonnes par heure. La vitesse moyenne de l'avion durant le vol est environ 750 km/h, le nombre des passagers transportables est 150 personnes. Le prix d'unité du carburant de l'avion est 900 euros par tonne.
La consommation de carburant d'une voiture est environ 6 litres / 100 km, le nombre des passagers transportables est 5 personnes. Le prix d'unité du carburant de la voiture est 1,2 euros / litre.

a) Supposons que toutes les places de l'avion et de la voiture sont occupées. Est-ce que le prix du transport d'une personne sur 1 kilomètre de l'avion en question ou celui de la voiture est-il plus bas si on ne considère que les frais du carburant?

Au bord d'un avion, on peut acheter des sandwiches, des jus de fruit et des cafés aussi. Le prix du sandwich est 3,5 euros, celui du jus de fruit est 3 euros, celui du café est 2,5 euros. Le menu composé d'un sandwich et d'un jus de fruit coûte 5,5 euros.
Ils ont vendu 28 cafés. Ils ont vendu deux fois plus de sandwiches en menu qu'en dehors de menu, et 10 jus de fruit de moins en menu, qu'en dehors de menu. Après avoir fait les comptes, ils ont trouvé qu'exactement un tiers de toutes les recettes provenaient de la vente de menus.

b) Déterminer le montant de la recette des ventes à bord durant ce voyage aérien.

a)	7 points	
b)	7 points	
T.:	14 points	

II.

Parmi les exercices de numéro 5 à 9, vous devez en résoudre quatre au choix; le numéro de l'exercice non-choisi doit être marqué dans la case vide à la page 2.

5. Les côtés d'un triangle mesurent a, $a + 1$ et $a + 2$ unités.

a) Prouver que si l'angle le plus grand du triangle est γ, alors $\cos\gamma = \frac{a-3}{2a}$.

b) Déterminer la longueur des côtés du triangle, si l'angle le plus grand du triangle est de 120°.

Les côtés d'un triangle rectangle mesurent 8 cm, 15 cm et 17 cm. On choisit au hasard un point (de la surface intérieure) du triangle.

c) Quelle est la probabilité que ce point se trouve au moins à 3 cm de chaque sommet du triangle?

a)	6 points	
b)	3 points	
c)	7 points	
T.:	16 points	

Parmi les exercices de numéro 5 à 9, vous devez en résoudre quatre au choix; le numéro de l'exercice non-choisi doit être marqué dans la case vide à la page 2.

6. Dans une usine, on fabrique des marmites de 5 litres en forme de cylindre de révolution (ouvert en haut).

a) Quel est le rayon du cercle de base de cette marmite de 5 litres si sa hauteur est de 15 cm?

b) La partie extérieure de ces marmites est couverte finement d'émail rouge.
Quel doit être le rayon de la base de la marmite de 5 litres, si on veut utiliser le moins d'émail possible pour couvrir la surface extérieure?

On note p la probabilité qu'un produit fabriqué (indépendamment l'un de l'autre) soit défectueux.
Un camion a transporté à un client plusieurs milliers de marmites dont les contrôleurs de qualité ont examinés 20 avant la réception de la commande.

c) Quelle peut être la valeur maximale de p sachant que la probabilité qu'aucun des 20 produits examinés n'est défectueux est au moins 0,8?

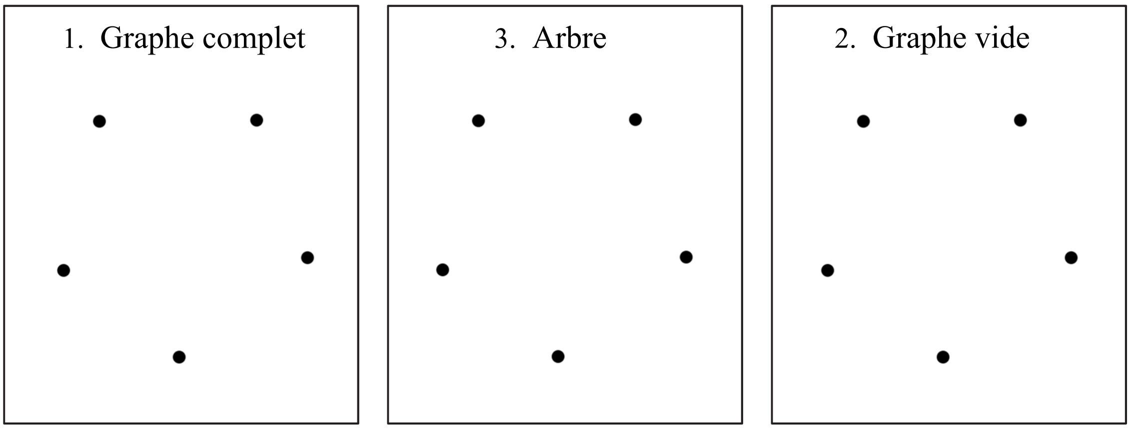
a)	3 points	
b)	8 points	
c)	5 points	
T.:	16 points	

Parmi les exercices de numéro 5 à 9, vous devez en résoudre quatre au choix; le numéro de l'exercice non-choisi doit être marqué dans la case vide à la page 2.

7. **a)** Deux nombres entiers positifs sont premiers entre eux. Leur plus petit commun multiple est 35 700. Déterminer le nombre des couples de nombres possédant cette propriété. (On ne considère pas différents les couples (a, b) et (b, a).)

b) Soit $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Combien y a – t – il de sous-ensembles de H dans lesquels le produit des éléments est divisible par 9? (Dans le cas d'un ensemble à un élément, on considère la valeur de l'élément unique comme "produit des éléments".)

c) Il y a cinq points donnés sur une feuille de papier. On écrit un nombre entier positif à côté de chaque point. Les points donnés sont les sommets d'un graphe simple à cinq sommets. Deux sommets sont reliés par une arête si et seulement si le nombre écrit à côté de l'un est multiple du nombre écrit à côté de l'autre.
Chacune des trois figures ci-dessous représente 5 points. En respectant cette règle, écrire cinq nombres entiers postifs **différents** sur chacune des figures tels qu'on obtienne un graphe complet au premier, un arbre au deuxième et un graphe vide au troisième cas (le graphe vide n'a aucune arête).



a)	5 points	
b)	5 points	
c)	6 points	
T.:	16 points	

Parmi les exercices de numéro 5 à 9, vous devez en résoudre quatre au choix; le numéro de l'exercice non-choisi doit être marqué dans la case vide à la page 2.

8. Il arrive souvent dans la circulation routière que l'automobile doive s'arrêter brusquement. Généralement, sur une route sèche, le ralentissement d'une voiture est 7,5 m/s^2. Dans ce cas la relation décrivant la vitesse instantanée en fonction de la route parcourue est $v(x)=\sqrt{v_0^2-2\cdot 7{,}5\cdot x}$, où x est le trajet en mètres dès le début du freinage, et v_0 est la vitesse en m/s de la voiture au début du freinage.

a) Une voiture roulant sur une route sèche à une vitesse de 18 m/s a commencé à freiner. Peut-elle s'arrêter devant la balle sortie sur la route, si la balle se trouve à 20 mètres devant elle à cet instant.

b) Lors de l'examen des accidents, c'est en mesurant la longueur de la trace de freinage que les experts déterminent la vitesse à laquelle la voiture roulait avant d'avoir freiné. Une voiture (sur une route sèche) a laissé dès le début du freinage jusqu'à son arrêt une trace de freinage de 40 mètres. Quelle était la vitesse de la voiture en m/s au moment du début du freinage?

La **distance d'arrêt** est la distance que parcourt la voiture entre le moment où le conducteur perçoit un obstacle et le moment où la voiture s'immobilise. Elle est composée deux parties: la **distance parcourue pendant le temps de réaction du chauffeur** et la **distance de freinage**.
Le temps de réaction du chauffeur est le temps qui s'écoule entre la perception et le début du freinage. Pendant ce temps la voiture roule à une vitesse constante. On appelle distance de freinage la distance comprise entre le début du freinage et l'arrêt complet de la voiture. Si la route est recouverte de neige, voire de verglas le ralentissment baisse à 1,5 m/s^2. En ce-temps la relation décrivant la vitesse instantanée durant le freinage prend la forme:
$v(x)=\sqrt{v_0^2-2\cdot 1{,}5\cdot x}$.

c) Supposons que le temps de réaction du chauffeur est 0,8 seconde. Calculer la **distance d'arrêt** de la voiture roulant à une vitesse de 15 m /s (54 km/h) sur une route sèche. A quelle vitesse la distance d'arrêt sera – t – elle la même que si on roule sur une route couverte de neige et de verglas ?

a)	4 points	
b)	3 points	
c)	9 points	
T.:	16 points	

Parmi les exercices de numéro 5 à 9, vous devez en résoudre quatre au choix; le numéro de l'exercice non-choisi doit être marqué dans la case vide à la page 2.

9. **a)** Déterminer la valeur des paramètres réels a, b et c de la fonction f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ si on connaît les propriétés suivantes de cette fonction

(1) $f(0) = 1$;
(2) $f(1) = 0$;
(3) $f'(2) = f''(1)$ (la valeur prise en $x = 2$ par la dérivée première de la fonction f est égale à la valeur prise en $x = 1$ par la dérivée seconde de la fonction f.)

b) Prouver que les courbes d'équations $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 3$ et de $y = x^3 + 3$ ont deux points communs, et déterminer l'aire de la figure plane définie par ces courbes.

a)	10 points	
b)	6 points	
T.:	16 points	

	le numéro de l’exercice	le nombre de points			
		maximal	obtenu	maximal	obtenu
partie I.	1.	14		51	
	2.	10			
	3.	13			
	4.	14			
partie II.		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← l’exercice non-choisi			
le nombre de points de l’épreuve écrite				**115**	

date

correcteur

	pontszáma **egész számra** kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző