

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA SZERB NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2022. május 3. 9:00

Időtartam: 300 perc

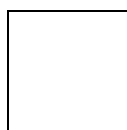
Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Важне информације

1. Време за решавање задатака је 300 минута, након његовог истека треба завршити са радом.
2. Редослед решавања задатака је произвољан.
3. У II делу од пет задатака треба решити само четири. **Након завршетка рада упишите у доњи квадрат редни број задатка који не решавате!** Ако наставник који исправља *не може једносмислено да утврди* за који задатак не желите да се бодује, онда по датом редоследу за последњи задатак нећете добити бодове.



4. Приликом решавања задатака могу се користити дигитрон (који не може да меморише и приказује текстуалне податке) и логаритамске таблице са четвороцифреним бројевима, коришћење других електронских или писаних средстава је забрањено!
5. **У сваком случају запишите поступак који сте применили приликом решавања задатака, јер се за то даје значајан део бодова!**
6. **Трудите се да значајнији делови прорачуна могу да се прате и контролишу!**
7. Приликом поступка решавања **коришћење дигитрона – без даљег математичког образложења – се прихвата за извршавање следећих математичких операција:** сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање, кореновање, $n!$, израчунавање $\binom{n}{k}$, коришћење података који се налазе у логаритамским таблицама (\sin , \cos , tg , \log и њихове инверзне функције), давање приближне вредности за бројеве π и e , одређивање корена једначине другог степена сређене на нулу. Без даљег математичког образложења је дозвољено коришћење дигитрона за израчунавање просека и расипања, али само у случају да се текстом задатка искључиво не захтева приказивање детаљних прорачуна у вези тога. **У другим случајевима се прорачуни извршени дигитроном сматрају за кораке без образложења, па се за то не додељују бодови.**
8. Међу теоремама које сте користили приликом решавања задатака, оне које сте већ учили у школи и имају свој назив (нпр. Питагорина теорема, теорема о висинама) није потребно тачно објаснити; довољно је споменути назив теореме, али примену треба кратко образложити. За позивање на друге теореме потпуна вредност се прихвата само ако тврдњу заједно са сваким условом тачно изложите (без доказивања), и образложите њихову примену на дати проблем.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9. Коначно решење задатка (одговор који се даје на постављено питање) наведите и у текстуалном облику!
10. Задатке пишете хемијском оловком, а скице можете цртати обичном (графитном) оловком. Делове који су писани графитном оловком – осим скица – наставник који исправља неће оцењивати. Ако прецртате неко решење или део решења, тај део се неће вредновати.
11. Код сваког задатка се вреднује (оцењује) само једно решење. У случају да покушате са више решења, **једносмислено означите** за које решење сте се одлучили!
12. Молимо вас да у сиве правоугаонике ништа не уписујете!

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

I

1. a) Бацамо правилну коцкицу за игру 7 пута и сабирамо све бројеве који су пали. Колико има међу собом различитих низова бројева (који су пали) у којима је збир 7 бројева који су пали, број 9. (Редослед бројева који су пали је битан.)
- б) Бацали смо правилну коцкицу за игру 8 пута. Приликом првих седам бацања пали су бројеви 2, 1, 3, 5, 4, 3, 5. Који је број могао пасти приликом осмог бацања, ако знамо да је после осам бацања просек бројева који су пали био већи од медијане бројева који су пали?
- ц) Бацамо правилну коцкицу за игру 2 пута. Колика је вероватноћа да приликом другог бацања падне већи број него код првог бацања?

а)	4 бода	
б)	6 бодова	
ц)	4 бода	
У.:	14 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. а) Дати су искази A , B и C . Истинитосна вредност и исказа A и исказа B је тачно, а истинитосна вредност и исказа C је нетачно.

Одредите истинитосне вредности доле наведених тврђења. (Своје одговоре овде не морате да образложите.)

- (1) $A \wedge C$
- (2) $\neg A \vee B$
- (3) $B \rightarrow C$
- (4) $(A \wedge \neg B) \vee C$

Нека је у правоуглом координатном систему са x обележена прва, а са y друга координата неке произвољне тачке и нека је c један произвољан реалан број.

- б) Да ли је тачно тврђење које следи?

Ако је $c \leq 12$, онда је $x^2 + 4x + y^2 - 6y + c = 0$ једначина једне кружнице.

(Образложите свој одговор.)

- ц) Формулишите обрнуто тврђење и одредите да ли је обрнуто тврђење тачно или нетачно. (Образложите свој одговор.)

а)	3 бода	
б)	4 бода	
ц)	3 бода	
У.:	10 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Дужине страница једног троугла (у неком редоследу) се могу посматрати као три узастопна члана једног геометријског низа. Познате су нам дужине две странице, једна је дугачка 12 cm, а друга 27 cm.

а) Колико може бити дугачка трећа страница?

Дужине катета правоуглог троугла ABC су $AC = 30$ и $BC = 40$ мерних јединица. Ако из темена код правог угла повучемо праву која садржи висину троугла, симетралу тог угла и праву која садржи тежишну дуж, њихове пресеке са хипотенузом означите редом са P , Q и R .

б) Напишите користећи целе бројеве пропорцију $AP : PQ : QR : RB$. Рачунајте користећи тачне вредности.

а)	5 бодова	
б)	8 бодова	
У.:	13 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Поједине гране саобраћаја се често пореде по економичности. У оквиру тога одређују се трошкови за гориво потребно да се једна особа превезе на удаљеност од једног километра.

Путнички авион Боинг 737-700 потроши за један сат отприлике 2,4 тоне горива на ваздушној линији Будимпешта-Амстердам, чија је дужина 1200 km. Просечна брзина авиона на овој линији је отприлике 750 km/h, а број особа које одједном могу да се превезу је 150. Цена авионског горива је 900 евра за тону (EUR/tona).

Један путнички аутомобил потроши отприлике 6 литара горива на 100 километара (6 litara/100 km), а број особа које одједном њиме могу да се превезу је 5. Цена горива за аутомобил је 1,2 евра за литар (EUR/l).

- а) Претпоставимо да су сва места попуњена и у авиону и у аутомобилу. Ако се узме у обзир само потрошња горива, да ли се јефтиније превезе 1 путник на удаљеност од једног километра авионом или аутомобилом?

У једном авиону могу се купити сендвичи, освежавајућа пића и кафа. Цена сендвича је 3,50 евра, цена освежавајућег пића је 3 евра, а цена кафе је 2,50 евра. Мени који се састоји од сендвича и освежавајућег пића кошта 5,50 евра.

На једном лету продали су 28 кафа. Продали су такође два пута више сендвича у оквиру менија, него ван менија и продали су за 10 освежавајућа пића мање као део менија, него ван њега. Приликом обрачуна се испоставило да је тачно једна трећина укупног прихода потицала од продаје менија.

- б) Одредите колики је приход остварен од продаје у авиону на овом лету.

а)	7 бодова	
б)	7 бодова	
У.:	14 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

II

Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број изостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2.!

5. Дужине страница једног троугла су a , $a + 1$ и $a + 2$ јединица дужине.

а) Ако је γ највећи угао тог троугла докажете да је $\cos \gamma = \frac{a-3}{2a}$.

б) Одредите дужине страница троугла ако је његов највећи угао 120 степени.

Дужине страница једног правоуглог троугла су 8 cm, 15 cm и 17 cm. На случајан начин изаберемо једну његову тачку (тачка може да припада унутрашњости троугла или страницама троугла).

ц) Колика је вероватноћа да изабрана тачка буде удаљена од сваког темена троугла најмање 3 cm?

а)	6 бодова	
б)	3 бодова	
ц)	7 бодова	
У.:	16 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број и-
зостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2.!**

6. У једној фабрици производе шерпе запремине 5 литара, чији је облик приближан облику кружног ваљка (од горе су отворене).

а) Колики је полупречник круга који чини основу шерпе од 5 литара, ако је њена висина 15 cm?

б) На спољашњу површину шерпи наноси се танак слој црвеног емајла. Колики треба да буде полупречник круга који чини основу шерпе од 5 литара, да би се потрошила најмања могућа количина емајла (за наношење слоја емајла на спољашност шерпе)?

Вероватноћа да је неки готов производ (шерпа) неисправан је p . Један камион је превозио више хиљада шерпи неком наручиоцу и од тих шерпи инспектори су, пре преузимања робе, проверили квалитет 20 производа.

ц) Колико највише може бити вредност вероватноће p , ако вероватноћа да ни један од 20 проверених производа није неисправан износи најмање 0,8?

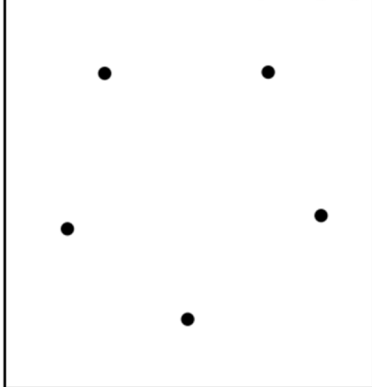
а)	3 бода	
б)	8 бодова	
ц)	5 бодова	
У.:	16 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

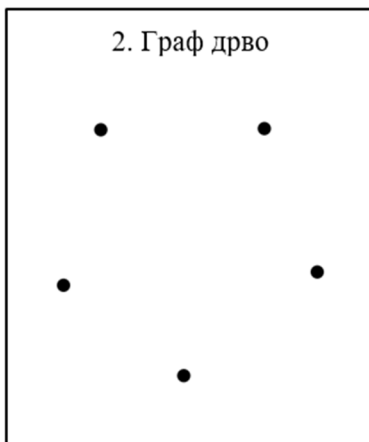
**Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број и-
зостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2.!**

7. а) Два позитивна цела броја су узајамно проста и њихов најмањи заједнички садржалац је 35 700.
Одредите број парова бројева са оваквом особином.
(Парове (a, b) и (b, a) не сматрамо различитима.)
- б) Нека је $H = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Колико има подскупа скупа $\text{van } H$, за које важи да је производ њихових елемената дељив са 9? (У случају једночланог скупа, скупа који има један елемент, под „производом елемената“ подразумевамо вредност јединог елемента.)
- ц) Дато је пет тачака на једном папиру. Поред сваке тачке написаћемо по један позитиван цео број. Нека су ове тачке чворови простог графа за који важи да су његова два чвора повезана само ако је број написан поред једног чвора садржалац броја који је написан поред другог чвора.
На свакој од три доле приказане слике налази се по 5 тачака. Напишите на свакој слици поред пет тачака **различите** позитивне целе бројеве и нацртајте гране графа тако да у првом случају добијемо један комплетан (потпун) граф, да у другом случају добијемо граф који се зове дрво, а да у трећем случају добијемо празан граф (празан граф нема ни једну грану).

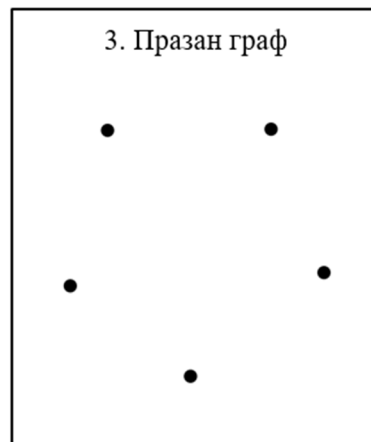
1. Комплетан (потпун) граф



2. Граф дрво



3. Празан граф



а)	5 бодова	
б)	5 бодова	
ц)	6 бодова	
У.:	16 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број и-
зостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2.!**

8. У саобраћају се често дешава да неки ауто мора нагло да се заустави. Када је коло-
воз (пут) сув ауто успорава са $7,5 \text{ m/s}^2$.

У овом случају тренутна брзина се изражава као функција пређеног пута на следећи
начин: $v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 7,5 \cdot x}$, где је x дужина пута у метрима који је ауто прешао од
тренутка када је кочење почело, а v_0 је брзина аута у тренутку када је кочење по-
чело, изражена у m/s .

а) Један ауто се креће (по сувом коловозу) брзином од 18 m/s у тренутку када по-
чиње са кочењем. Да ли ће моћи да се заустави испред лопте која се у овом тре-
нутку налази на коловозу испред аута на удаљености од 20 метара од њега?

б) Приликом истраживања саобраћајних несрећа истражитељи на основу дужине
трагова кочења утврђују брзину кретања аутомобила у тренутку када је он почео
да кочи. Један аутомобил је од тренутка када је почео да кочи до тренутка када
се зауставио оставио траг кочења од 40 метара. Колико m/s је била брзина ауто-
мобила у тренутку када је почео да кочи?

Зауставни пут је пут који возило пређе од тренутка уочавања препреке на путу до
заустављања возила. Састоји се из два дела и то од **пута пређеног за време реаго-
вања возача** и од **пута кочења**.

Време реаговања возача, је време које протекне од уочавања препреке до почетка
кочења. За то време возило се креће непромењеном брзином. Пут кочења је пут
који возило пређе од тренутка када је почело кочење до тренутка када се аутомобил
зауставио.

Ако на коловозу има снега и леда аутомобил успорава спорије и то са $1,5 \text{ m/s}^2$, те
се приликом кочења израз који изражава тренутну брзину мења у:

$$v(x) = \sqrt{v_0^2 - 2 \cdot 1,5 \cdot x}.$$

ц) Претпоставимо да је време реаговања једног возача $0,8$ секунди. Израчунајте ко-
лики је **зауставни пут** аутомобила, који се по сувом коловозу креће брзином од
 15 m/s (54 km/h). Коликом брзином би се кретао ауто да би му зауставни пут био
исти као у претходном случају, ако на коловозу има снега и леда?

а)	4 бода	
б)	3 бода	
ц)	9 бодова	
У.:	16 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Међу задацима 5–9. треба решити четири по слободном избору. Редни број и-
зостављеног задатка упишите у празан квадрат који се налази на страни 2.!**

- 9. а)** Одредите у функцији $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ вредности реалних параметара a , b и c , ако о функцији знамо следеће:

(1) $f(0) = 1$;

(2) $f(1) = 0$;

(3) $f'(2) = f''(1)$ (вредност првог извода функције f у $x = 2$ је једнака вредности другог извода функције f у $x = 1$).

- б)** Докажите да криве чије су једначине $y = x^3 - 4x^2 + 2x + 3$ и $y = x^3 + 3$ имају две заједничке тачке и израчунајте површину геометријске фигуре ограничене (омеђене) овим кривама.

а)	10 бодова	
б)	6 бодова	
У.:	16 бодова	

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

	редни број задатака	број бодова			
		максималан	постигнут	максималан	постигнут
I део	1.	14		51	
	2.	10			
	3.	13			
	4.	14			
II део		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← задатак који се не решава			
Број бодова писменог дела испита			115		

датум

наставник који
исправља

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

дátum

дátum

javító tanár

jegyző