ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. Vous êtes prié de corriger la copie **lisiblement avec un stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles gris se trouvant à côté des exercices. **Le nombre de points** donné par l'examinateur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **En cas de solution impeccable,** vous êtes prié d'inscrire le nombre de points maximal et de signaler par le symbole ✓ que vous avez lu l'unité conceptuelle concernée et que vous l'avez évaluée correcte.
4. En cas de solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **le nombre de points partiels** sur la copie en **indiquant la faute**. Afin de rendre l'évaluation plus compréhensible pour le candidat, il est possible d'indiquer le nombre de points retirés. Ne pas laisser de partie dans la résolution dont on ne peut pas décider si elle est juste, erronée ou inutile.
5. Lors de la correction, **utilisez les notations suivantes.**
   - une étape juste: ✓
   - une erreur de principe: *un double-soulignage*
   - une erreur de calcul ou une autre erreur qui n'est pas de principe: *un simple soulignage*
   - une étape correcte fondée sur des données initiales erronées: *le symbole* ✓ *barré ou pointillé*
   - justification insuffisante, énumération incomplète ou d'autres lacunes: *le symbole de lacune* ($\sqrt{\ }$)
   - partie non compréhensible*: point d'interrogation et/ou ligne ondulée*
6. A l'exception des schémas, **les parties écrites au crayon** ne doivent pas être évaluées.

Les demandes de contenu:

1. Pour certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère,** recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés** sauf interdiction mentionnée. Toutefois, les points attribués doivent être entiers.
3. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une imprécision alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors le candidat a droit aux points partiels ultérieurs.
4. **En cas d'erreur de principe,** dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées par une double ligne), on n'attribue aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes. Cependant si le candidat continue le calcul, en partant du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors le candidat a droit au point maximal de cette partie.

5. Si une unité de mesure ou une remarque **est mise entre parenthèses** dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
6. Sur **les différentes tentatives de solution** données à un exercice, seule la variante indiquée par le candidat peut être évaluée. Lors de la correction, indiquez clairement laquelle des variantes a été corrigée et laquelle non.
7. **On ne peut pas attribuer de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum des points prévus pour l'exercice ou partie d'exercice donné.)
8. Le nombre total de points attribué à un exercice ou à une partie d'exercice **ne peut pas être négatif.**
9. **Un retrait de points ne doit pas être effectué** pour des calculs partiels, étapes partielles erronés mais inexploités par la suite.
10. Lors du développement d'un raisonnement, **l'utilisation de la calculatrice (sans justification mathématique supplémentaire) est acceptable pour l'exécution des opérations suivantes** : addition, soustraction, multiplication, division, élévation à une puissance, extraction de racine, le calcul de $n!$ et de $\binom{n}{k}$, le remplacement des tables numériques se trouvant dans les formulaires (sin, cos, tg, log et leur inverse), le calcul par la valeur approchée de π et du nombre e, la détermination des racines d'une équation du second degré de forme réduite à zéro. L'utilisation des calculatrices est permise sans autre justification mathématique pour calculer la moyenne et l'écart-type sauf si la consigne de l'exercice exige la présentation des calculs partiels correspondants**. Dans tout autre cas, les calculs effectués par calculatrice sont considérés comme étapes non-justifiées, donc ils valent zéro point.**
11. Utilisation justificative (par exemple des données lues par une mesure) **des figures** n'est pas acceptée.
12. En ce qui concerne les **probabilités**, on peut accepter les réponses correctes exprimées sous forme de pourcentage (sauf en cas de mention contraire).
13. Si le texte d'un exercice ne précise pas l'arrondi attendu, on accepte les résultats partiels ou finaux **arrondis correctement et raisonnablement**.
14. **Seules 4 résolutions d'exercices peuvent être évaluées sur les 5 exercices proposés dans la II^{e} partie de l'épreuve écrite.** Dans le carré correspondant, le candidat a - vraisemblablement- inscrit le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. De sorte qu'il ne faut pas corriger la solution éventuellement donnée à cet exercice. Si le candidat n'inscrit pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont il ne demande pas l'évaluation, alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé par l'énoncé qu'il ne faut pas évaluer.

I.

1. a) $1^{\text{ère}}$ **variante de résolution**		
La plus petite somme faisable est 7, ainsi avec les 1 il faut lancer soit un 3, soit deux 2.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.*
On peut lancer six 1 et un 3 de sept façons différentes.	1 point	
On peut lancer cinq 1 et deux 2 de $\binom{7}{2}$ $(= 21)$ façons différentes.	1 point	$\frac{7!}{2!\cdot 5!}$
En tout, on a 7 + 21 = 28 possibilités.	1 point	
Total:	**4 points**	

1. a) $2^{\text{ème}}$ **variante de résolution**		
La plus petite somme faisable est 7, ainsi on doit „partager" les 2 valeurs restantes parmi les 7 lancers.	1 point	
Sans tenir compte de l'ordre des lancers choisis et avec répétition autorisée, on doit encore choisir deux lancers des sept. Ainsi on doit déterminer le nombre de combinaison avec répétition de deux éléments dans un ensemble à sept éléments.	1 point	
Leur nombre est $\binom{7+2-1}{2} = 28$.	2 points	
Total:	**4 points**	

Remarque: Si le candiat énumère en ordre toutes les possibilités puis pour cette raison répond correctement à la question, alors il mérite le maximum de points.

1. b)		
Les données en ordre croissant: 1,2, 3, 3, 4, 5, 5. La médiane sera 3 au cas de lancer de 1, de 2 ou de 3 et sera 3,5 au cas de lancer de 4, de 5 ou de 6.	2 points	
La somme des 7 premiers lancers est 23, ainsi après avoir lancé 1, 2, …, 6 la moyenne sera respectivement $\frac{24}{8}\,(=3), \frac{25}{8}, \frac{26}{8}, \frac{27}{8}, \frac{28}{8}\,(=3{,}5), \frac{29}{8}$.	2 points	
Donc au cas du lancer de 2, de 3 et de 6 la moyenne sera plus grande que la médiane.	2 points	
Total:	**6 points**	

<table>
<tr><td colspan="3">1. c) 1^{ère} variante de résolution</td></tr>
<tr><td>Le nombre des cas possibles est $6 \cdot 6 = 36$.</td><td>1 point</td><td rowspan="2">
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td>×</td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>×</td><td>×</td><td>×</td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>×</td><td>×</td></tr>
<tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>×</td></tr>
<tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>Si le premier lancer est 1, alors il y a 5 possibilités au deuxième lancer (2, 3, 4, 5, 6);
si le premier lancer est 2, alors il y a 4; si 3, alors il y a 3; si 4, alors il y a 2; si 5, alors il y a 1 (si 6, alors il y a 0) possibilités.
Le nombre des cas favorables (5 + 4+ 3 + 2 + 1 =)15.</td><td>2 points</td></tr>
<tr><td>La probabilité demandée: $\frac{15}{36}$ (≈ 0,417).</td><td>1 point</td><td></td></tr>
<tr><td align="right">Total:</td><td>4 points</td><td></td></tr>
</table>

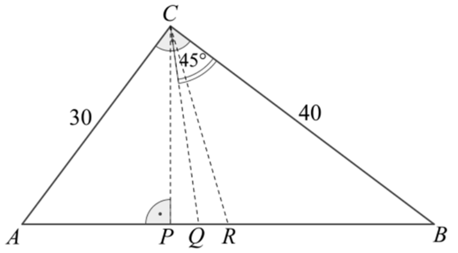
1. c) 2ème variante de résolution		
La probabilité de lancer deux nombres égaux est $\frac{1}{6}$.	1 point	
Que le premier ou le deuxième lancer soit plus grand est équiprobable,	1 point	
alors la probabilité que le deuxième lancer est plus grand est: $\frac{1-\frac{1}{6}}{2} = \frac{5}{12}$ (≈ 0,417).	2 points	
Total:	**4 points**	

2. a)		
(1) faux (2) vrai (3) faux (4) faux	3 points	*On accorde 2 points au cas de 3 et 1 point au cas de 2 bonnes réponses. On n'accorde pas de point au cas de moins de 2 bonnes réponses.*
Total:	**3 points**	

2. b)		
$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 13 - c$	2 points	
Si $c \le 12$, alors $13 - c > 0$, et ainsi l'équation est l'équation d'un cercle (de centre (-2;3) et de rayon $\sqrt{13-c}$).	1 point	
L'affirmation est vraie.	1 point	
Total:	**4 points**	

2. c)		
La réciproque de l'affirmation est: Si $x^2 + 4x + y^2 - 6y + c = 0$ est l'équation d'un cercle, alors $c \le 12$.	1 point	*D'autre formulation équivalente est également acceptable*
Un contre-exemple: $c = 12{,}75$ (dans ce cas, le rayon du cercle est $\sqrt{13-c} = 0{,}5$).	1 point	*Contre-exemple:* $12 < c < 13$.
Alors la réciproque de l'affiramtion est fausse.	1 point	
Total:	**3 points**	

3. a)		
Que q désigne la raison de la suite géométrique et x la longueur du troisième côté en cm. (On traite trois cas suivant la longueur de x.) Si $x < 12$, alors $\frac{x}{12} = \frac{12}{27}$, d'où $x = \frac{16}{3}$ ($\approx 5{,}33$).	1 point	*$x < 12$ ne peut pas se produire, puisque le triangle n'existerait pas à cause de $x + 12 < 27$.*
Si $x > 27$, alors $\frac{x}{27} = \frac{27}{12}$, d'où $x = \frac{243}{4}$ ($= 60{,}75$).	1 point	*$q > 2$ au cas de $x > 27$, alors le troisième côté serait plus grand que $2\cdot 27=54$. $12 + 27 < 54$, ainsi un tel triangle ne peut pas exister.*
On n'obtient pas de triangle dans ces deux cas, puisque l'inégalité triangulaire n'est pas vérifiée.	1 point	
Si $12 < x < 27$, alors $\frac{x}{12} = \frac{27}{x}$, d'où $x = \sqrt{12 \cdot 27} = 18$ ($x > 0$).	1 point	
$x = 18$ cm est juste (puisque $12 + 18 > 27$)	1 point	
Total:	**5 points**	

3. b)		
 (On détermine d'abord la longueur des segments AB, AP, AQ, AR) D'après Pythagore $AB = 50$,	1 point	
ainsi $AR = RB$ ($= AB : 2$) $= 25$.	1 point	
D'après le théorème concernant les côtés formant l'angle droit du triangle rectangle: $AP \cdot AB = AC^2$, donc $AP = 900 : 50 = 18$.	2 points	$BP = 32$
D'après le théorème concernant les bissctrices intérieures d'un triangle: $AQ : QB = 3 : 4$, donc $AQ = \frac{3}{7} \cdot AB = \frac{150}{7}$.	2 point	$BQ = \frac{200}{7}$
$PQ = (AQ - AP = \frac{150}{7} - 18 =) \frac{24}{7}$ $QR = (AR - AQ = 25 - \frac{150}{7} =) \frac{25}{7}$	1 point	
$AP : PQ : QR : RB = 18 : \frac{24}{7} : \frac{25}{7} : 25 = 126 : 24 : 25 : 175$.	1 point	
Total:	**8 points**	

Remarque: Si le candidat utilise une valeur approchée lors de sa résolution, alors qu'il en perde 1 point.

4. a)		
La durée de vol de l'avion est $\frac{1200}{750}$ = 1,6 heures.	1 point	
Il utilise en ce temps 1,6 ·2,4 = 3,84 tonnes de carburant,	1 point	
dont le prix est: 3,84 ·900 = 3456 euros.	1 point	
A ce prix, il transporte 150 personnes à 1200 km, donc les frais du transport d'une personne à 1 km sont environ $\frac{3456}{150\cdot 1200}$ = 0,0192 euro.	1 point	
La voiture consomme 6 litres de carburant en 100 km, dont le prix est 6 ·1,2 = 7,2 euros.	1 point	
A ce prix, il transporte 5 personnes à 100 km, donc les frais du transport d'une personne à 1 km sont environ $\frac{7{,}2}{5\cdot 100}$ = 0,0144 euro.	1 point	
Donc si on ne considère que les frais du carburant alors la voiture est plus rentable que l'avion considéré.	1 point	
Total:	**7 points**	

4. b)		
Que x désigne le nombre des menus vendus. Dans ce cas, le nombre de sandwiches vendus en dehors de menu est: $\frac{x}{2}$, le nombre de jus de fruits vendus en dehors de menu est: $x + 10$.	2 points	
La recette (en euro) des produits vendus en dehors de menu est: $\frac{x}{2}\cdot 3{,}5+(x+10)\cdot 3+28\cdot 2{,}5$ $= 4{,}75x + 100$.	1 point	
La recette des menus vendus est $5{,}5x$, ainsi $2\cdot 5{,}5x = 4{,}75x + 100$.	1 point	
D'où $6{,}25x = 100$, alors $x = 16$.	1 point	
Le montant de la recette des ventes (le prix de 16 menus, et en plus de 8 sanwiches, de 26 jus de fruits et de 28 cafés) est $16\cdot 5{,}5 + 8\cdot 3{,}5 + 26\cdot 3 + 28\cdot 2{,}5$ = 264 euros.	1 point	
Vérification: La recette de menus vendus est $5{,}5\cdot 16 = 88$ euros qui représente vraiment un tiers du montant de la recette de toutes les ventes.	1 point	
Total:	**7 points**	

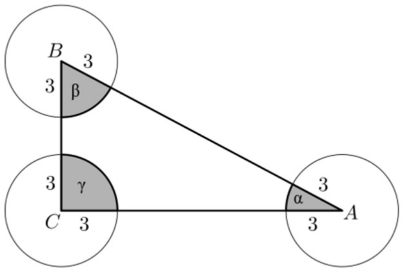
II.

5. a)		
L'angle le plus grand du triangle est en face du côté de longueur a + 2.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.*
D'après le théorème d'Al Kashi concernant cet angle: $\cos\gamma = \frac{a^2 + (a+1)^2 - (a+2)^2}{2a(a+1)} =$	1 point	
$= \frac{a^2 - 2a - 3}{2a(a+1)} =$	1 point	
$= \frac{(a+1)(a-3)}{2a(a+1)} =$	2 points*	
$= \frac{a-3}{2a}$ est juste ($a \neq -1$).	1 point*	
Total:	**6 points**	

*Remarque: Les 3 points marqués par * peuvent être accordés pour la résolution suivante:*

Nous prouvons que $\frac{a^2-2a-3}{2a(a+1)} = \frac{a-3}{2a}$.	1 point	
En multipliant par le dénominateur (positif) de la fraction de gauche $a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1)$.	1 point	
C'est une identité. Puisque nous avons fait des transformations équivalentets, notre affiramtion est prouvée.	1 point	

5. b)		
$\cos 120° = -\frac{1}{2} = \frac{a-3}{2a}$,	1 point	
d'où $a = 1{,}5$.	1 point	
Les côtés du triangle mesurent 1,5; 2,5 et 3,5 unités (et ce triangle existe vraiment).	1 point	
Total:	**3 points**	

5. c)		
 Utilisons les notations de la figure. (Tous les trois côtés sont plus longs que 6 cm, alors) les points se trouvants au moins 3 cm des trois sommets sont dans (et à la frontière de) la parties "claire" du triangle *ABC*. La probabilité demandée est le quotient de l'aire de cette partie et de l'aire du triangle *ABC*.	1 point	*Ce point doit être accordé même si ces idées n'apparaissent que dans la résolution.*
L'aire du triangle rectangle est $\frac{8\cdot15}{2}=60$ (cm^2).	1 points	
$\alpha+\beta+\gamma=180°$, alors la somme de l'aire des trois secteurs circulaires est égale à la moitié de l'aire d'un cercle de 3 cm de rayon.	2 points*	
donc $4{,}5\pi\approx14{,}14$ (cm^2).	1 point*	
Ainsi l'aire de la partie non foncée ($60-4{,}5\pi\approx$) 45,86 (cm^2).	1 point	$1-\frac{4{,}5\,\pi}{60}\approx0{,}764$
La probabilité cherchée est alors $\frac{45{,}86}{60}\approx0{,}764$.	1 point	
Total:	**7 points**	

Remarques:
*Les points marqués par * doivent être accordés si le candidat calcule les angles aigus du triangle: $\alpha\approx28{,}07°$, $\beta\approx61{,}93°$ (1 point), puis la somme de l'aire des secteurs circulaires: l'aire du secteur circulaire de centre A et d'angle au centre α est environ 2.205 cm^2, l'aire du secteur circulaire de centre B et d'angle au centre β est environ 4,864 cm^2, l'aire du quart du cercle de centre C'est environ 7,069 cm^2. (1 point). L'aire de la partie foncée est environ (2,205 + 4,864 + 7,069≈) 14,14 cm^2 (1 point).*

6. a)		
5 litres = 5000 cm^3	1 point	
$V = r^2\pi m = 15r^2\pi = 5000$	1 point	
Le rayon du cercle de base de la marmite est $r = \sqrt{\dfrac{5000}{15\pi}} \approx 10{,}3$ cm.	1 point	
Total:	**3 points**	

6. b)		
$V = r^2\pi m = 5000$, d'où $m = \dfrac{5000}{r^2\pi}$.	1 point	
(Il faut minimaliser l'aire du cylindre de révolution ouvert en haut.) $A = r^2\pi + 2r\pi m = r^2\pi + 2r\pi\cdot\dfrac{5000}{r^2\pi} = r^2\pi + \dfrac{10\,000}{r}$	2 points	
La fonction dérivée de la fonction $f(r) = r^2\pi + \dfrac{10\,000}{r}$ définie sur l'ensemble des nombres réels positifs est: $f'(r) = 2r\pi - \dfrac{10000}{r^2}$.	1 point*	
(La fonction *f* peut avoir un extrémum là, où sa dérivée est 0.) $f'(r) = 0$, d'où $r = \sqrt[3]{\dfrac{5000}{\pi}} \approx 11{,}7$ cm.	2 points*	
Si $r < \sqrt[3]{\dfrac{5000}{\pi}}$ alors $f'(r) < 0$, si $r > \sqrt[3]{\dfrac{5000}{\pi}}$ alors $f'(r) > 0$, ainsi la fonction *f* admet un minimum ici.	1 point*	$f''(r) = 2\pi + \dfrac{20\,000}{r^3}$ $f''\left(\sqrt[3]{\dfrac{5000}{\pi}}\right) > 0$
On doit utiliser le moins d'émail possible pour couvrir la surface extérieure de la marmite, si le rayon de son cercle de base est 11,7 cm.	1 point	
Total:	**8 points**	

Remarques: 1. Dans ce cas m = r, la quantité d'émail nécessaire est environ 1285 cm^2.
*2. Les 4 points marqués par * peuvent être accordés pour la résolution suivante:*

$A(r) = r^2\pi + \dfrac{10\,000}{r} = r^2\pi + \dfrac{5000}{r} + \dfrac{5000}{r}$.	1 point	
A cause de l'inégalité entre la moyenne géométrique et arithmétique $A(r) \geq 3\cdot\sqrt[3]{r^2\pi\cdot\dfrac{5000}{r}\cdot\dfrac{5000}{r}} = 3\cdot\sqrt[3]{25\,000\,000\pi}$.	2 points	
l'égalité est vérifiée si et seulement si $r^2\pi = \dfrac{5000}{r}$, donc $r = \sqrt[3]{\dfrac{5000}{\pi}}$ ($\approx 11{,}7$).	1 point	

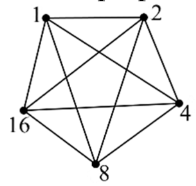
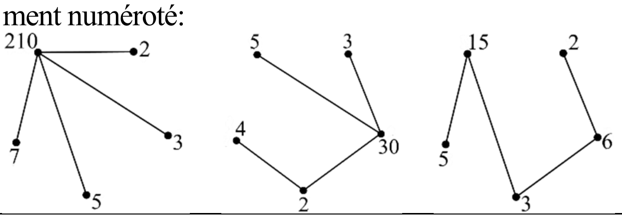
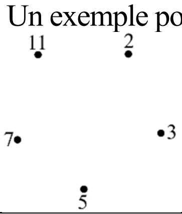
6. c)		
La probabilité que le produit fabriqué n'est pas défectueux est $1 - p$.	1 point	
La probabilité qu'il n'y a pas de défectueux parmi les 20 produits choisis est $(1 - p)^{20}$.	1 point	
D'après le texte $(1 - p)^{20} \geq 0{,}8$,	1 point	
donc (à cause de $1 - p \geq 0$) $p \leq 1 - \sqrt[20]{0{,}8}$.	1 point	
La valeur maximale de p est environ 0,011.	1 point	
Total:	**5 points**	

7. a)		
$35\,700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 17$	1 point	
Deux nombres sont premiers entre eux, s'ils n'ont pas de facteur premier commun. Ainsi on doit classer les cinq facteurs premiers (et leur exposant figurant dans la décomposition) en deux groupes.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.*
A la définition des facteurs premiers du premier nombre, on peut décider de chaque facteurs premiers si on veut le choisir ou pas. Cela représente $2^5 = 32$ possibilités. (Si on ne choisit aucun des facteurs, alors la valeur du nombre est 1.)	2 points	*P. ex. le facteur premier de l'un des nombres est le 17, alors il suffit de choisir d'autres facteurs premiers à côté (le produit des facteurs premiers non-choisis ou le 1 sera l'autre nombre).*
Ainsi obtient chaque couple deux fois (puisque les groupes interchangeables.), alors il existe 32 : 2 = 16 couples de nombres convenables.	1 point	*Il y a 24 = 16 possibilités pour choisir les quatre autres facteurs premiers (avec leur exposant)*
Total:	**5 points**	

Remarques: Les 16 couples convenables: (1, 35 700), (3, 11 900), (4, 8925), (7, 5100), (12, 2975), (17, 2100), (21, 1700), (25, 1428), (28, 1275), (51, 700), (68, 525), (75, 476), (84, 425), (100, 357), (119, 300), (175, 204).

7. b) 1ère variante de résolution		
Le produit des éléments d'un sous-ensemble H' de l'ensemble H est divisible par 9, si soit $9 \in H'$ soit $9 \notin H'$ et $\{3; 6\} \subseteq H'$.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.*
Si $9 \in H'$, alors nous pouvons librement décider des 9 autres éléments de H, s'ils sont des éléments de H' ou pas. Des sous-ensembles de ce type, il y en a $2^9 = 512$.	1 point	
Si $9 \notin H'$, alors $3 \in H'$ et $6 \in H'$, nous pouvons librement décider des 7 autres éléments de H, s'ils sont des éléments de H' ou pas. Des sous-ensembles de ce type, il y en a $2^7 = 128$.	2 points	
Donc l'ensemble H a (512 + 128=) 640 sous-ensembles convenables.	1 point	
Total:	**5 points**	

7. b) 2ème variante de résolution		
Nous utilisons la méthode de complémentaire. Le produit des éléments d'un sous-ensemble *H'* de l'ensemble *H* n'et pas divisible par 9, si $9 \notin H'$, et au moins l'un de 3 et de 6 ne se figure pas dans *H'*.	1 point	
Si $9 \notin H'$ *et* $3 \notin H'$, alors nous pouvons librement décider des 8 autres éléments de *H*, s'ils sont des éléments de *H'* ou pas. Des sous-ensembles de ce type, il y en a $2^8 = 256$	1 point	*H a $2^7 = 128$ sous-ensembles pour lesquels $9 \notin H'$, $3 \notin H'$ et $6 \in H'$.*
De même manière, *H* a 256 sous-ensemble qui ne contient ni le 9 ni le 6.	1 point	*Il y a autant de sous-ensembles pour lesquels $9 \notin H'$, $3 \in H'$ et $6 \notin H'$, tout de même pour lesqueles $9 \notin H'$, $3 \notin H'$* et *$6 \notin H'$.*
Mais nous avons compté ainsi deux fois les sous-ensembles qui ne contiennent ni le 9 ni le 3 ni le 6. Des sous-ensembles de ce type, il y en a $2^7 = 128$, donc le nombre des sous-ensembles non convenables est (256 + 256 – 128=) 384.	1 point	*Le nombre des sous-ensembles non convenables est $3 \cdot 2^7 = 384$.*
L'ensemble *H* a $2^{10} = 1024$ sous-ensembles, ainsi le nombre des sous-ensembles convenables est (1027 – 384=) 640.	1 point	
Total:	**5 points**	

7. c)		
Un exemple pour un graphe complet convenablement numéroté: 	2 points	
L'un des suivants est un exemple pour un arbre convenablement numéroté: 	2 points	
Un exemple pour un graphe vide convenablement numéroté: 	2 points	
Total:	**6 points**	

Remarques: 1. Si dans l'un des cas, le candidat écrit de bons numéros à côtés des sommets, mais commet une faute en dessinant les arêtes, alors pour ce cas, on ne lui accorde que 1 point.
2. On n'accorde pas de point pour le dessin du graphe complet et de l'arbre sans numérotage convenable.

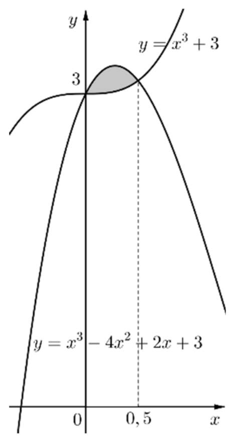
8. a) 1ère variante de résolution		
(D’après le texte $v_0 = 18$ m/s et $x = 20$ m.) Avec ces données $v(20) = \sqrt{18^2 - 15 \cdot 20} =$	2 points	
$= \sqrt{24} \approx 4{,}9$ (m/s) > 0.	1 point	
Donc après un freinage de 20 mètres, la voiture roule environ à une vitesse de 4,9 m/s (≈ 17,6 km/h) donc elle ne peut pas s’arrêter.	1 point	
Total:	**4 points**	

8. a) 2ème variante de résolution		
(D’après le texte $v_0 = 18$ m/s.) $v(x) = 0$ m/s, si $18^2 - 15x = 0$.	2 points	
Ainsi $x = \frac{18^2}{15} = 21{,}6$ (m),	1 point	
donc sa distance de freinage est supérieure à 20 mètres. Elle ne peut pas s’arrêter.	1 point	
Total:	**4 points**	

8. b)		
(D’après le texte $x = 40$ m lors de l’arrêt.) $v(40) = 0$ m/s, si $v_0^2 - 15 \cdot 40 = 0$.	2 points	
D’où la vitesse de la voiture avant le début du freinage était $v_0 \approx 24{,}5$ m/s (≈ 88 km/h).	1 point	
Total:	**3 points**	

8. c)		
La route parcourue pendant le temps de réaction du chauffeur est $15 \cdot 0{,}8 = 12$ (m).	1 point	
La vitesse initiale: $v_0 = 15$ m/s. $v(x) = 0$ m/s, si $15^2 - 15x = 0$, donc la distance de freinage est x = 15 mètres.	2 points	
Ainsi sur une route sèche la distance d’arrêt est 15 + 12 = 27 mètres.	1 point	
Que v (m/s) désigne la vitesse de la voiture sur une route couverte de neige et de verglas. La route parcourue pendant le temps de réaction du chauffeur est $v \cdot 0{,}8$ (m).	1 point	
$v^2 - 3x = 0$, d’où la distance de freinage est $x = \frac{v^2}{3}$ (m).	1 point	
$\frac{v^2}{3} + 0{,}8v = 27$, donc $\frac{v^2}{3} + 0{,}8v - 27 = 0$.	1 point	
La solution poistive de l’équation est $v \approx 7{,}88$,	1 point	
donc c’est en roulant à une vitesse de 7,88 m/s (≈ 28,4 km/h) sur une route couverte de neige et de verglas que la distance d’arrêt serait égale à la la distance d’arrêt à une vitesse de 15 m /s (54 km/h) sur une route sèche.	1 point	
Total:	**9 points**	

9. a)		
$f(0) = c$, alors $c = 1$, et	1 point	
à cause de $f(1) = 0$ $a + b + 2 = 0$.	1 point	
$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$	1 point	
$f''(x) = 6x + 2a$	1 point	
$f'(2) = 12 + 4a + b$ et $f''(1) = 6 + 2a$	1 point	
D'après la condition $12 + 4a + b = 6 + 2a$,	1 point	
d'où $2a + b + 6 = 0$.	1 point	
La solution du système d'équations $\begin{cases} a+b+2=0 \\ 2a+b+6=0 \end{cases}$ est $a = -4$, $b = 2$.	2 points	
Vérification Les conditions: $f(0) = 1$, $f(1) = 1 - 4 + 2 + 1 = 0$, $f'(2) = f''(1)$ $(= -2)$ sont vraiment vérifiées par la fonction f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$	1 point	
Total:	**10 points**	

9. b)		
De l'équation $x^3 - 4x^2 + 2x + 3 = x^3 + 3$ on obtient $-4x^2 + 2x = 0$.	1 point	
Cette équation a deux solutions réelles: 0 et 0,5. (Les points d'intersection: (0; 3) et (0,5; 3,125).)	1 point	
C'est la valeur de $\left\| \int_0^{0,5} (x^3 - 4x^2 + 2x + 3 - (x^3 + 3))dx \right\|$ qui donne l'aire demandée.	1 point	$\int_0^{0,5} (x^3 - 4x^2 + 2x + 3)dx -$ $- \int_0^{0,5} (x^3 + 3)dx$
$\left\| \int_0^{0,5} (-4x^2 + 2x)dx \right\| = \left\| \left[-\frac{4x^3}{3} + x^2 \right]_0^{0,5} \right\| = \left\| -\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - 0 \right\| =$	2 points	*Avec les valeurs calculées des intégarles* $\frac{307}{192} - \frac{97}{64} = \frac{1}{12}$.
$= \frac{1}{12}$	1 point	
Total:	**6 points**	