ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2022. május 3.

MATEMATIKA
SZERB NYELVEN

EMELT SZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Важне информације

Формални захтеви:

1. Молимо вас да задатак исправљате **хемијском оловком другачије боје** од оне коју користи кандидат, тако да буде **читљиво**.
2. Међу сивим правоугаоницима који су поред задатака у првом је максималан број бодова за тај задатак, а у други **правоугаоник** наставник који исправља уписује постигнут **број бодова**.
3. У случају **потпуно исправног решења** вас молимо, да поред уписаног максималног броја бодова лулицом означите да сте приметили дату мисаону целину и оценили је као добру.
4. У случају решења са недостатком/грешком, молимо да поред **означавања грешке** на задатак напишете и појединачни **делимични број бодова**. Уколико се омогућава боље праћење исправке задатка, може се прихватити и означавање делимичног броја бодова које је кандидат изгубио. У решењу не сме да остане такав део, за који после исправљања није јасно да ли је тачан, нетачан или сувишан.
5. Приликом исправљања **користите следеће ознаке.**
   - тачан корак: *лулица*
   - принципијелна грешка: *двоструко подвлачење*
   - рачунска грешка или грешка која није принципијелна: *једном подвлачење*
   - тачан корак извршен лошим почетним подацима: *испрекидано* или *превучена лулица*
   - образложење или набрајање са недостатком, или други недостатак: *ознака за недостатак*
   - неразумљиви део: *знак питања* и/или *таласаста линија*
6. Осим скица (цртежа), делове који су написани **графитном оловком** немојте вредновати (оцењивати).

Садржајни захтеви:

1. Код појединих задатака смо дали бодовање за више начина решавања. Уколико се нађе тачно **решење различито од наведених**, потражите у упутству делове који се подударају и на основу тога извршите бодовање.
2. Бодови у упутству се могу даље **разложити, само уколико у упутству није наведено другачије**. Међутим, број бодова који се додељује може бити само цео број.
3. Ако у решењу има **рачунске грешке**, нетачности, бодови се не дају само на онај део где је ученик начинио грешку. Ако са погрешним делимичним резултатом даље ради тачним поступком, а проблем за решавање се у суштини не мења, додељују му се даљи делимични бодови.

4. У случају **принципијелне грешке** у оквиру једне мисаоне целине (то се према упутству означава двоструком линијом) ни за формално тачне математичке поступке се бодови не додељују. Уколико ученик наставља са радом и као почетни податак узима лоше решење које је добио због принципијелне грешке, а даље тачно рачуна у следећој мисаоној целини или делу питања, онда за тај део добија максималан број бодова, уколико се проблем за решавање у суштини није променио.
5. Ако се у упутству за решавање у загради налази нека **напомена** или **мерна јединица**, и у случају њиховог недостатка се решење сматра да има потпуну вредност.
6. Од покушаја решења за један задатак **вреднује се она варијанта коју је кандидат означио**. Приликом исправљања задатка једносмислено означите који покушај (варијанту) сте вредновали, а који нисте.
7. За решења се **наградни бодови** (бодови који прелазе прописани максимални број за дати задатак или његов део) **не могу доделити**.
8. За један задатак или део задатка укупан додељен број бодова **не може бити негативан**.
9. За оне делимичне прорачуне, делимичне кораке, који су са грешкама али их кандидат при решавању задатка заиста није искористио **не одузимају се бодови**.
10. Приликом поступка решавања **коришћење дигитрона – без даљег матема-тичког образложења – се прихвата за извршавање следећих математичких операција**: сабирање, одузимање, множење, дељење, степеновање, кореновање, $n!$, израчунавање $\binom{n}{k}$, коришћење података који се налазе у логаритамским таблицама (sin, cos, tg, log и њихове инверзне функције), давање приближне вредности за бројеве π и e, одређивање корена једначине другог степена сређене на нулу. Без даљег математичког образложења је дозвољено коришћење дигитрона за израчунавање просека и расипања, али само у случају да се текстом задатка искључиво не захтева приказивање детаљних прорачуна у вези тога.
    У другим случајевима се прорачуни извршени дигитроном сматрају за кораке без образложења, па се за то не додељују бодови.
11. Коришћење **слика (скица)** као доказа (на пример очитавање података мерењем) се не прихвата.
12. Код израчунавања **вероватноће** (уколико текст задатка не захтева другачије) може се прихватити и тачан одговор дат у процентима.
13. Уколико текст задатка не захтева да се изврши заокруживање, може се прихватити **рационалним и тачним заокруживањем** добијено делимично и коначно решење које одступа од онога које је дато у упутству.
14. **Од означених задатака у испитном делу II се од 5 задатка вреднују само решења за 4 задатка.** Кандидат је уписао у квадрат – вероватно – редни број задатка чије вредновање неће ући у укупан број бодова. Према томе, евентуално дато решење за означени задатак ни не треба исправљати. Ако није једносмислено јасно за који задатак кандидат не жели да се бодује, онда ће задатак који се не бодује аутоматски бити онај који је последњи по истакнутом редоследу.

I

1. а) **прво решење**		
Најмањи збир који се може постићи је 7, те поред јединица треба да падне или једна тројка или две двојке.	1 бод	*Бод се даје и онда када ова мисао произилази само из решења.*
6 јединица и 1 тројка могу да падну на 7 различитих начина.	1 бод	
5 јединица и 2 двојке могу да падну на $\binom{7}{2}(=21)$ различитих начина.	1 бод	$\frac{7!}{2!\cdot 5!}$
Број елемената је 7 + 21 = 28.	1 бод	
Укупно:	**4 бода**	

1. а) **друго решење**		
Најмањи збир који се може постићи је 7, остатак 2 треба да „распоредимо“ међу 7 бацања.	1 бод	
Од 7 бирамо 2 бацања, редослед избора није битан и понављања су могућа. Треба одредити број комбинација са понављањем друге класе од седам елемената.	1 бод	
Број елемената је $\binom{7+2-1}{2}=28$.	2 бода	
Укупно:	**4 бода**	

Напомена: Ако кандидат уредно наброји све могућности и на основу тога да тачан одговор, тада нека добије све бодове.

1. б)		
Подаци поређани по редоследу: 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5. Медијана ће бити 3 ако падне 1, 2 или 3, међутим ако падне 4, 5 или 6 она ће биће 3,5.	2 бода	
Збир првих 7 бројева који су пали је 23, док ће просек после првог, другог...шестог бацања редом бит $\frac{24}{8}(=3), \frac{25}{8}, \frac{26}{8}, \frac{27}{8}, \frac{28}{8}(=3{,}5), \frac{29}{8}$.	2 бода	
Дакле следи да ће просек бити већи од медијане у случају да падне 2, 3 или 6.	2 бода	
Укупно:	**6 бодова**	

1. ц) прво решење		
Број свих случајева је $6 \cdot 6 = 36$.	1 бод	(табела испод)
Ако је приликом првог бацања пала јединица, код другог бацања може пасти 5 различитих бројева (2, 3, 4, 5, 6); ако је приликом првог бацања пала двојка има 4 могућности; ако је пала тројка има 3; ако је пала четворка има 2; ако је пала петица има 1 могуност (ако је пала шестица има 0). Број повољних случајева је (5 + 4 + 3 + 2 + 1 =) 15.	2 бода	
Тражена вероватноћа је $\frac{15}{36}$ (≈ 0,417).	1 бод	
Укупно:	**4 бода**	

	1	2	3	4	5	6
1		×	×	×	×	×
2			×	×	×	×
3				×	×	×
4					×	×
5						×
6						

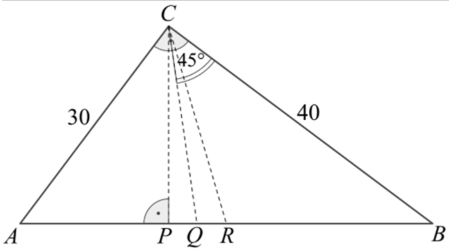
1. ц) друго решење		
Вероватноћа да су два пала броја једнака је $\frac{1}{6}$.	1 бод	
Са истом вероватноћом ће први, односно други број бити већи,	1 бод	
зато је вероватноћа да је други број већи следећа: $\frac{1-\frac{1}{6}}{2} = \frac{5}{12}$ (≈ 0,417).	2 бода	
Укупно:	**4 бода**	

2. а)		
(1) нетачно (2) тачно (3) нетачно (4) нетачно	3 бода	*За 3 тачна одговора дају се 2 бода, за 2 тачна даје се 1 бод. За мање од 2 тачна одговора не добија се ни један бод..*
Укупно:	**3 бода**	

2. б)		
$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 13 - c$	2 бода	
Ако је $c \le 12$, онда је $13 - c > 0$, те је тако једначина у ствари, једна једначина кружнице (са центром у (–2; 3), полупречника $\sqrt{13-c}$).	1 бод	
Тврђење је тачно.	1 бод	
Укупно:	**4 бода**	

2. ц)		
Обрнуто тврђење је: Ако је $x^2+4x+y^2-6y+c=0$ једначина једне кружнице, онда је $c \le 12$.	1 бод	*Друго, еквивалентно тврђење се може прихватити.*
Један контра пример је $c = 12{,}75$ (тада је полупречник кружнице $\sqrt{13-c} = 0{,}5$).	1 бод	*Контрапример:* $12 < c < 13$.
Обрнуто тврђење је дакле нетачно.	1 бод	
Укупно:	**3 бода**	

3. а)		
Обележите количник геометријског низа са q, а а дужину треће странице троугла мерену у центиметрима са x. (На основу дужине x испитаћемо три случаја.) Ако је $x < 12$, онда је $\frac{x}{12}=\frac{12}{27}$, а одатле је $x = \frac{16}{3}$ $(\approx 5{,}33)$.	1 бод	$x < 12$ *не може бити, јер је тада због* $x + 12 < 27$ *троугао не би постојао.*
Ако је $x > 27$, онда је $\frac{x}{27}=\frac{27}{12}$, а одатле је $x = \frac{243}{4}$ $(= 60{,}75)$.	1 бод	*У случају да је* $x > 27$ *онда је* $q > 2$, *те је трећа страна већа од* $2 \cdot 27 = 54$. $12 + 27 < 54$, *те следи да овакав троугао не постоји.*
У ова два случаја не добијамо троугао, јер неједнакост троугла није задовољена.	1 бод	
Ако је $12 < x < 27$, онда је $\frac{x}{12}=\frac{27}{x}$, а одатле је $x = \sqrt{12 \cdot 27} = 18$ $(x > 0)$.	1 бод	
$x = 18$ cm је добро (јер је $12 + 18 > 27$).	1 бод	
Укупно:	**5 бодова**	

3. б)		
 (Прво ћемо одредити дужине следећих дужи AB, AP, AQ, AR.) Из Питагорине теореме следи да је $AB = 50$,	1 бод	
зато је $AR = RB\ (= AB:2) = 25$.	1 бод	
Из теореме о катетама је $AP \cdot AB = AC^2$, зато је $AP = 900:50 = 18$.	2 бода	$BP = 32$
Према теореми о симетрали угла следи $AQ:QB = 3:4$, зато је $AQ = \frac{3}{7} \cdot AB = \frac{150}{7}$.	2 бода	$BQ = \frac{200}{7}$
$PQ = (AQ - AP = \frac{150}{7} - 18 =)\frac{24}{7}$ $QR = (AR - AQ = 25 - \frac{150}{7} =)\frac{25}{7}$	1 бод	
$AP:PQ:QR:RB = 18:\frac{24}{7}:\frac{25}{7}:25 = 126:24:25:175$.	1 бод	
Укупно:	**8 бодова**	

Напомена: Ако кандидат током решавања задатка користи неку приближну вредност, онда треба да му се одузме 1 бод.

4. а)		
Време путовања авиона је $\frac{1200}{750}=1,6$ часова.	1 бод	
За то време је авион потрошио $1,6\cdot 2,4=3,84$ тона горива,	1 бод	
цена тога је $3,84\cdot 900=3456$ евра.	1 бод	
За ту своту превезе се 150 особа на удаљеност од 1200 km, те су трошкови за превоза једне особе на удаљеност од 1 km отприлике $\frac{3456}{150\cdot 1200}=0,0192$ евра.	1 бод	
Аутомобил троши 6 литара горива на 100, што кошта $6\cdot 1,2=7,2$ евра.	1 бод	
За ту своту превезе се 5 особа на удаљеност од 100 km, те су трошкови за превоза једне особе на удаљеност од 1 km отприлике $\frac{7,2}{5\cdot 100}=0,0144$ евра.	1 бод	
Узимајући у обзир само трошкове горива овај аутомобил је економичнији од посматране авионске линије.	1 бод	
Укупно:	**7 бодова**	

4. б)		
Обележите број продатих менија са x. Тада је број продатих сендвича $\frac{x}{2}$, а број освежавајућих пића је $x+10$.	2 бода	
Приход који потиче од продаје, али без менија (у еврима) је $\frac{x}{2}\cdot 3,5+(x+10)\cdot 3+28\cdot 2,5=4,75x+100$.	1 бод	
Приход који потиче од продаје менија је $5,5x$, те је $2\cdot 5,5x=4,75x+100$.	1 бод	
Одатле је $6,25x=100$, то јест $x=16$.	1 бод	
Укупан приход (од 16 менија, 8 сендвича и 26 освежавајућих пића продатих ван менија и 28 кафа) је $16*516\cdot 5,5+8\cdot 3,5+26\cdot 3+28\cdot 2,5=264$ евра.	1 бод	
Провера: Приход од менија је $5,5\cdot 16=88$ што је трећина укупног прихода.	1 бод	
Укупно:	**7 бодова**	

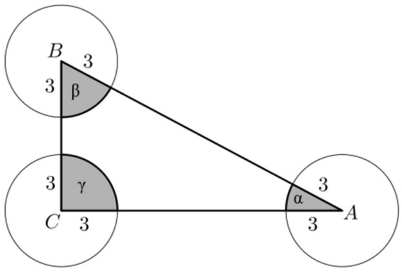
II

5. а)		
Највећи угао овог троугла се налази наспрам странице чија је дужина $a + 2$.	1 бод	*Бод се даје и онда када ова мисао произилази само из решења.*
Ако се за тај троугао напише косинусна теорема следи: $\cos\gamma = \dfrac{a^2 + (a+1)^2 - (a+2)^2}{2a(a+1)} =$	1 бод	
$= \dfrac{a^2 - 2a - 3}{2a(a+1)} =$	1 бод	
$= \dfrac{(a+1)(a-3)}{2a(a+1)} =$	2 бода*	
$= \dfrac{a-3}{2a}$ јер је $(a \neq -1)$.	1 бод *	
Укупно:	**6 бодова**	

*Напомена:3 бода означена са * кандидат може да добије и за следећи след мисли.*

Увиђамо да је $\dfrac{a^2-2a-3}{2a(a+1)} = \dfrac{a-3}{2a}$.	1 бод	
После множења са (позитивним) имениоцем првог разломка: $a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1)$.	1 бод	
Ово је идентитет. Пошто смо вршили еквивалентне трансформације, увидели смо да је тврђење тачно.	1 бод	

5. б)		
$\cos 120° = -\dfrac{1}{2} = \dfrac{a-3}{2a}$,	1 бод	
одатле је $a = 1{,}5$.	1 бод	
Дужине страница троугла су 1,5; 2,5 и 3,5 јединица (и овакав троугао заиста постоји).	1 бод	
Укупно:	**3 бода**	

5. ц)		
 Користимо ознаке на цртежу. (Свака од страница је дужа од 6 cm) све тачке које се налазе на најмање 3 cm удаљености од сваког темена налазе се у „светлом“ делу троугла *ABC* (или на луковима који га оивичавају). Тражена вероватноћа је количник дела површине троугла *ABC* и читаве његове површине..	1 бод	*Бод се даје и онда када ове мисли произилазе само из решења.*
Површина правоуглог троугла је $\frac{8\cdot 15}{2}=60$ (cm^2).	1 бод	
$\alpha+\beta+\gamma=180°$, те је зато укупна површина три кружна исечка једнака половини површине круга чији је полупречник 3 cm,	2 бода*	
то јест $4{,}5\pi \approx 14{,}14$ (cm^2).	1 бод*	
Те је тако површина дела који није затамњен ($60 - 4{,}5\pi \approx$) 45,86 (cm^2).	1 бод	$1-\frac{4{,}5\pi}{60}\approx 0{,}764$
Тражена вероватноћа је дакле $\frac{45{,}86}{60}\approx 0{,}764$.	1 бод	
Укупно:	**7 бодова**	

Напомена:
*Бодови означени са * се дају и онда ако кандидат израчуна оштре углове троугла:* $\alpha \approx 28{,}07°$, $\beta \approx 61{,}93°$ *(1 бод), такође и збир површина кружних исечака: површина кружног исечка коме одговара централни угао* α *са теменом у тачки A је отприлике* 2,205 cm^2, *површина кружног исечка коме одговара централни угао* β *са теменом у тачки B је отприлике* 4,864 cm^2, *површина четвртине круга са центром у тачки C је отприлике* 7,069 cm^2 *(1 бод). Површина дела који је затамњен је отприлике* ($2{,}205 + 4{,}864 + 7{,}069 \approx$) 14,14 cm^2 *(1 бод).*

6. а)		
5 литара = 5000 cm^3	1 бод	
$V=r^2\pi m=15r^2\pi=5000$	1 бод	
$r=\sqrt{\frac{5000}{15\pi}}\approx 10{,}3$ cm је полупречник круга који је основа шерпе.	1 бод	
Укупно:	**3 бода**	

6. б)		
$V = r^2\pi m = 5000$, одатле је $m = \frac{5000}{r^2\pi}$.	1 бод	
(Површину кружног ваљка који је одозго отворен треба минимизирати.) $A = r^2\pi + 2r\pi m = r^2\pi + 2r\pi \cdot \frac{5000}{r^2\pi} = r^2\pi + \frac{10\,000}{r}$	2 бода	
Први извод функције $f(r) = r^2\pi + \frac{10\,000}{r}$ дефинисане на скупу реалних бројева је $f'(r) = 2r\pi - \frac{10\,000}{r^2}$.	1 бод *	
(Функција *f* може имати екстрем тамо где јој је први извод 0.) $f'(r) = 0$, одавде је $r = \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}} \approx$ 11,7 cm.	2 бода*	
Ако је $r < \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}$ онда је $f'(r) < 0$, ако је $r > \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}$ онда је $f'(r) > 0$, те на том месту функција f има минимум.	1 бод*	$f''(r) = 2\pi + \frac{20\,000}{r^3}$ $f''\left(\sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}\right) > 0$
Најмања могућа количина емајла је потребна ако је полупречник основе шерпе отприлике 11,7 cm.	1 бод	
Укупно:	**8 бодова**	

Напомене:1. Тада је m = r, а потребна количина емајла је отприлике 1285 cm^2.
*2. 4 бода означена са * се дају кандидату и онда ако размишља на доле наведен начин.*

$A(r) = r^2\pi + \frac{10\,000}{r} = r^2\pi + \frac{5000}{r} + \frac{5000}{r}$.	1 бод	
На основу неједнакости за аритметичку и геометријску средину: $A(r) \geq 3 \cdot \sqrt[3]{r^2\pi \cdot \frac{5000}{r} \cdot \frac{5000}{r}} = 3 \cdot \sqrt[3]{25\,000\,000\pi}$.	2 бода	
Једнакост важи ако је $r^2\pi = \frac{5000}{r}$, то јест $r = \sqrt[3]{\frac{5000}{\pi}}$ (≈ 11,7).	1 бод	

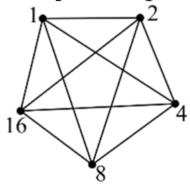
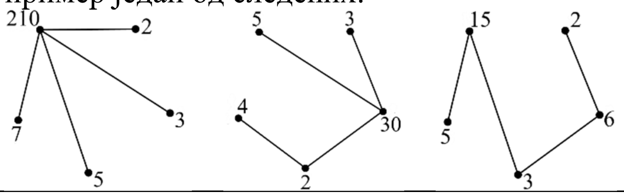
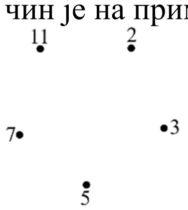
6. ц)		
$1-p$ је вероватноћа да изабрани производ није шкарт.	1 бод	
$(1-p)^{20}$ је вероватноћа да ни један од 20 производа који су изабрани није шкарт.	1 бод	
На основу текста је $(1-p)^{20} \geq 0{,}8$,	1 бод	
То јест (због $1-p \geq 0$) $p \leq 1-\sqrt[20]{0{,}8}$.	1 бод	
p највише маже бити отприлике $0{,}011$.	1 бод	
Укупно:	**5 бодова**	

7. а)		
$35\,700 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 \cdot 17$	1 бод	
Два броја су узајамно проста ако немају заједничког простог чиниоца. Зато пет различитих чинилаца (са својим степенима из факторизације) треба поделити у две групе.	1 бод	*Бод се даје и онда када ова мисао произилази само из решења.*
Код одређивања различитих простих чинилаца првог броја, појединачно за сваки од пет простих бројева можемо одредити да ли ћемо га изабрати или не. То су $2^5 = 32$ могућности. (Ако не изаберемо ни један чинилац, вредност броја је 1.)	2 бода	*На пример нека је 17 прост чинилац једног броја довољно је, поред њега изабрати остале просте чиниоце (други број је производ простих чинилаца који нису изабрани или број 1).*
На овај начин смо сваки пар бројева добили два пута (групе се могу међу собом заменити), зато постоји $32:2 = 16$ одговарајућих парова бројева.	1 бод	*За избор друга 4 проста чиниоца (са изложиоцима) има $2^4 = 16$ могућности.*

Напомена: 16 одговарајућих парова бројева су: (1, 35 700), (3, 11 900), (4, 8925), (7, 5100), (12, 2975), (17, 2100), (21, 1700), (25, 1428), (28, 1275), (51, 700), (68, 525), (75, 476), (84, 425), (100, 357), (119, 300), (175, 204).

7. б) **прво решење**		
Производ елемената подскупа H' скупа H је дељив са 9, ако $9 \in H'$, или ако је задовољено да $9 \notin H'$ и $\{3; 6\} \subseteq H'$.	1 бод	*Бод се даје и онда када ова мисао произилази само из решења.*
Ако $9 \in H'$, онда о сваком од осталих 9 елемената скупа H слободно можемо одлучити да ли јесте или није елемент скупа H'. Тако оваквих подскупова има $2^9 = 512$.	1 бод	
Ако $9 \notin H'$, онда $3 \in H'$ и $6 \in H'$, те тада о сваком од осталих 7 елемената скупа H слободно можемо одлучити да ли јесте или није елемент скупа H'. Тако оваквих подскупова има $2^7 = 128$.	2 бода	
Укупно, дакле има $(512 + 128 =)$ 640 одговарајућих подскупова скупа H.	1 бод	
Укупно:	**5 бодова**	

7. б) **друго решење**		
Користимо методу комплемента. Производ елемената подскупа H' скупа H није дељив са 9, ако $9 \notin H'$, и ако бар један од елемената 3 или 6 не припада скупу H'.	1 бод	
Ако $9 \notin H'$ и $3 \notin H'$, онда о сваком од осталих 8 елемената скупа H слободно можемо одлучити да ли јесте или није елемент скупа H'. Тако оваквих подскупова има $2^8 = 256$.	1 бод	*Постоји* $2^7 = 128$ *таквих подскупова скупа H, за које важи да* $9 \notin H'$, $3 \notin H'$ *и* $6 \in H'$.
Постоји такође 256 таквих подскупова скупа H, којима не припада ни 9, ни 6.	1 бод	*Има исто толико подскупова за које важи да* $9 \notin H'$, $3 \in H'$ *и* $6 \notin H'$, *односно и таквих за које важи да* $9 \notin H'$, $3 \notin H'$ *и* $6 \notin H'$.
Али на овај начин смо два пута рачунали подскупове којима не припадају ни 9, ни 3, ни 6 Оваквих подскупова има $2^7 = 128$, те је тако број оних подскупова који су не одговарајући $(256 + 256 - 128 =)$ 384.	1 бод	*Број оних подскупова који су не одговарајући је* $3 \cdot 2^7 = 384$.
H укупно има $2^{10} = 1024$ подскупова, те тако има $(1024 - 384 =)$ 640 одговарајућих подскупова.	1 бод	
Укупно:	**5 бодова**	

7. ц)		
Један потпун граф нумерисан на одговарајући начин је на пример: 	2 бода	
Један граф нумерисан на одговарајући начин је на пример један од следећих: 	2 бода	
Један празан граф нумерисан на одговарајући начин је на пример: 	2 бода	
Укупно:	**6 бодова**	

Напомене: 1. Ако кандидат у неком случају напише тачне бројеве, али погреши у цртању грана графа, нека тада добије 1 бод.
2. За нацртан потпун граф и дрво граф без одговарајуће нумерације, не даје се ни један бод.

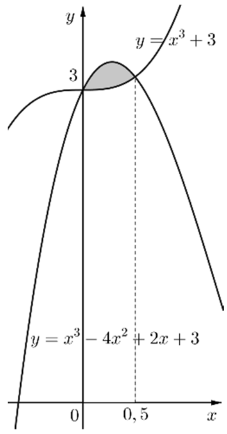
8. а) прво решење		
(Према тексту задатка $v_0 = 18$ m/s és $x = 20$ m.) Са овим подацима је $v(20) = \sqrt{18^2 - 15\cdot 20} =$	2 бода	
$= \sqrt{24} \approx 4{,}9$ (m/s) > 0.	1 бод	
Значи после кочења дуж 20 метара аутомобил се креће брзином од отприлике 4,9 m/s (≈ 17,6 km/h) то јест, не може да се заустави.	1 бод	
Укупно:	**4 бода**	

8. а) друго решење		
(Према тексту задатка $v_0 = 18$ m/s.) Са овим подацима је $v(x) = 0$ m/s, ако је $18^2 - 15x = 0$.	2 бода	
Тада је $x = \frac{18^2}{15} = 21{,}6$ (m),	1 бод	
значи пут кочења је већи од 20 метара. Не може да се заустави.	1 бод	
Укупно:	**4 бода**	

8. б)		
(Према тексту задатка код заустављања $x = 40$ m.) $v(40) = 0$ m/s, ако је $v_0^2 - 15 \cdot 40 = 0$.	2 бода	
Тада је $v_0 \approx 24{,}5$ m/s (≈ 88 km/h) брзина аутомобила била у тренутку када је почео да кочи	1 бод	
Укупно:	**3 бода**	

8. ц)		
Пут пређен за време реаговања возача је $15 \cdot 0{,}8 = 12$ (m).	1 бод	
Почетна брзина је $v_0 = 15$ m/s. $v(x) = 0$ m/s, ако је $15^2 - 15x = 0$, онда је $x = 15$ метара је пута кочења.	2 бода	
Тако је зауставни пут по сувом коловозу $15 + 12 = 27$ метара.	1 бод	
Нека је v (m/s) брзина кретања аутомобила по коловозу на коме има снега и леда. Пут пређен за време реаговања возача је $v \cdot 0{,}8$ (m).	1 бод	
$v^2 - 3x = 0$, одатле је пут кочења $x = \frac{v^2}{3}$ (m).	1 бод	
$\frac{v^2}{3} + 0{,}8v = 27$, то јест $\frac{v^2}{3} + 0{,}8v - 27 = 0$.	1 бод	
Једино позитивно решење једначине је $v \approx 7{,}88$,	1 бод	
ако се аутомобил креће брзином од отприлике 7,88 m/s ($\approx 28{,}4$ km/h) по коловозу на коме има снега и леда његов зауставни пут ће бити исти као када се креће по сувом коловозу брзином од 15 m/s (54 km/h).	1 бод	
Укупно:	**9 бодова**	

9. а)		
$f(0) = c$, зато је $c = 1$, затим је због	1 бод	
$f(1) = 0 \qquad a + b + 2 = 0$.	1 бод	
$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$	1 бод	
$f''(x) = 6x + 2a$	1 бод	
$f'(2) = 12 + 4a + b$ és $f''(1) = 6 + 2a$	1 бод	
Према услову задатка је $12 + 4a + b = 6 + 2a$,	1 бод	
из тога је $2a + b + 6 = 0$.	1 бод	
Из система једначина $\begin{cases} a+b+2=0 \\ 2a+b+6=0 \end{cases}$ је $a = -4$, $b = 2$.	2 бода	
Провера: Функција f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ задовољава све услове: $f(0) = 1$, $f(1) = 1 - 4 + 2 + 1 = 0$, $f'(2) = f''(1)\ (= -2)$.	1 бод	
Укупно:	**10 бодова**	

9. б)		
Из једначине $x^3 - 4x^2 + 2x + 3 = x^3 + 3$ следи $-4x^2 + 2x = 0$.	1 бод	
Ова једначина заиста има 2 реална корена: 0 и 0,5. (Тачке пресека су (0; 3) и (0,5; 3,125).)	1 бод	
Тражена површина је вредност следећег $\left\| \int_0^{0,5} (x^3 - 4x^2 + 2x + 3 - (x^3 + 3))dx \right\|$.	1 бод	$\int_0^{0,5} (x^3 - 4x^2 + 2x + 3)dx -$ $- \int_0^{0,5} (x^3 + 3)dx$
$\left\| \int_0^{0,5} (-4x^2 + 2x)dx \right\| = \left\| \left[-\frac{4x^3}{3} + x^2 \right]_0^{0,5} \right\| = \left\| -\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - 0 \right\| =$	2 бода	*Са израчунатом вредношћу интеграла је:* $\frac{307}{192} - \frac{97}{64} = \frac{1}{12}$.
$= \frac{1}{12}$	1 бод	
Укупно:	**6 бодова**	