

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. május 7.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. május 7. 9:00

Időtartam: 300 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Wichtige Hinweise

1. Es steht Ihnen eine Arbeitszeit von 300 Minuten zur Verfügung, nach dem Ablauf der Zeit müssen Sie die Arbeit beenden.
2. Die Reihenfolge der Bearbeitung der Aufgaben ist beliebig.
3. Im Teil II müssen Sie nur vier von den fünf vorgegebenen Aufgaben lösen. **Schreiben Sie am Ende Ihrer Arbeit die Nummer der nicht gewählten Aufgabe in das Kästchen!** Wenn es für die Korrektoren *nicht eindeutig erkennbar ist*, welche Aufgabe Sie nicht wählen wollten, wird die letzte der aufgegebenen Aufgaben nicht bewertet.

--

4. Zur Lösung der Aufgaben sind Taschenrechner, die für die Speicherung und Darstellung von Texten nicht geeignet sind, und beliebige Tafelwerke/Formelsammlungen zugelassen. Weitere elektronische, gedruckte oder schriftliche Hilfsmittel sind nicht erlaubt!
5. **Beschreiben Sie den Lösungsweg immer ausführlich, denn die meisten für die Aufgabe bestimmten Punkte werden dafür vergeben!**
6. **Achten Sie darauf, dass die wichtigsten Berechnungen anschaulich sind!**
7. Während der Aufgabenlösung kann man **den Gebrauch des Taschenrechners – ohne weitere mathematische Begründung – bei den folgenden Rechnungen akzeptieren:** Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen, Berechnen von $n!$, $\binom{n}{k}$, für die Ersetzung der Tabellen im Tafelwerk (sin, cos, tg, log und ihre Umkehrfunktionen), zur Angabe des Näherungswertes von den Zahlen π und e , zur Bestimmung der Lösungen einer auf Null reduzierten quadratischen Gleichung. Weiterhin darf man den Taschenrechner ohne mathematischen Begründung verwenden, wenn der Durchschnitt und die Streuung berechnet wird, es sei denn der Text der Aufgabe verlangt eindeutig die Nebenrechnungen dazu. **In anderen Fällen gelten die mit Taschenrechner durchgeführten Rechnungen als nicht begründete Schritte, für die keine Punkte verteilt werden können.**
8. Sätze, die Sie in der Schule mit Namen gelernt haben (z. B. Satz von Pythagoras, Höhensatz), müssen bei der Lösung der Aufgaben nicht formuliert werden. Es reicht, wenn Sie den Satz benennen und kurz begründen, warum der Satz hier verwendbar ist. Der Bezug auf weitere Sätze wird nur dann vollständig akzeptiert, wenn Sie den Satz mit allen Bedingungen genau formulieren (ohne Beweis) und seine Anwendung im konkreten Fall begründen.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

-
9. Die Endergebnisse der Aufgaben (die Antwort auf die gestellte Frage), müssen Sie in einem Antwortsatz formulieren!
 10. Schreiben sie mit Kugelschreiber oder mit Tinte, die Abbildungen können auch mit Bleistift gezeichnet werden! Außer den Abbildungen werden die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet. Wenn Sie eine Lösung oder einen Teil davon durchstreichen, kann dieses nicht bewertet werden.
 11. Bei jeder Aufgabe kann nur ein Lösungsweg bewertet werden. Bei mehreren Lösungsversuchen **markieren Sie bitte eindeutig**, welchen Sie für richtig halten!
 12. Bitte, **beschreiben Sie die grauen Kästchen nicht!**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

I.

1. Lösen Sie die folgenden Gleichungen in der Menge der reellen Zahlen!

a) $\sqrt{2^x} = 2^{x+1} - 1$

b) $2 \sin^2 x + 3 \cos x = 0$

a)	6 Punkte	
b)	7 Punkte	
I.:	13 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

2. Ein Text wurde von zwei Personen, von Aliz und Hanna lektoriert. Aliz entdeckte $p\%$ aller Fehler, und dabei fand sie ebenso $p\%$ der Fehler, die von Hanna entdeckt wurden. Im Text bemerkte Aliz 35, Hanna 40 Fehler, von denen 28 Fehler beide entdeckt haben.

a) Wie viele Fehler (aus allen Fehlern) wurden von ihnen nicht entdeckt?

Eine geübte Sekretärin tippt laut Erfahrungen aus fünfhundert Zeichen durchschnittlich einen Fehler (wir können also annehmen, dass sie jedes Zeichen mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{500}$ falsch schreibt). Eine getippte Seite besteht aus ca. 2000 Zeichen.

b) Beweisen Sie, dass eine Sekretärin eine ganze Seite ohne Fehler ungefähr mit der Wahrscheinlichkeit 0,0182 tippt!

c) Eine Sekretärin muss einen Text aus 150 Seiten tippen. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es **mindestens** zwei Seiten ohne Fehler im getippten Text gibt?

a)	5 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	5 Punkte	
I.:	13 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

3. Gegeben ist die folgende quadratische Funktion: $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}; f(x) = -0,5x^2 + 3x$.

- a) Bestimmen Sie die Wertemenge der Funktion f !
- b) Der Punkt $P(6; 0)$ liegt auf dem Graphen der Funktion f . Bestimmen Sie die Steigung der Tangente im Punkt P und die Gleichung dieser Tangente!
- c) Geben Sie die Funktionsgleichung der reellen Funktion g mit den folgenden Eigenschaften an: $g' = f$ und $g(3) = 7$ (mit g' wird die Ableitungsfunktion von g bezeichnet)!

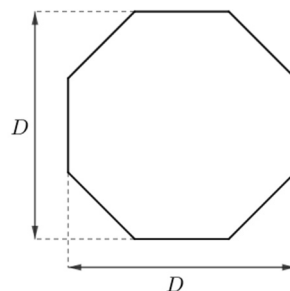
a)	4 Punkte	
b)	5 Punkte	
c)	4 Punkte	
I.:	13 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

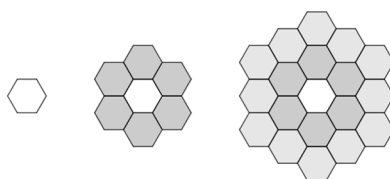
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

4. Die Größe der Stoppschilder, die auf den Straßen zu sehen sind, wird durch eine Ministerverordnung genau geregelt¹: die Form des Schildes ist ein regelmäßiges Achteck, dessen auf der Abbildung mit D markierten Längen jeweils 600 mm lang sind (es gilt für die Schilder auf den Innerortsstraßen).

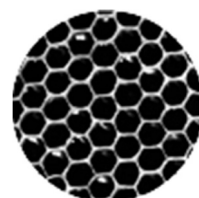


- a) Wie lang ist eine Seite des regelmäßigen Achtecks?

Die Bienen bauen ihre Wabe (näherungsweise) aus regelmäßigen sechseckigen Zellen auf. Nach dem ersten „Schritt“ ihrer Bauweise ist eine Zelle, nach zwei Schritten sind 7 Zellen, nach drei Schritten sind schon insgesamt 19 Zellen fertig. Die ersten drei Schritte werden durch die folgende Abbildung dargestellt.



Nehmen wir an, dass die Bienen laut der skizzierten und dargestellten „rundlichen“ Strategie ihre Wabe weiterbauen, also in jedem einzelnen weiteren Schritt wird der früher fertige Bau mit neuen regelmäßigen Sechsecken umgebaut. So werden ab dem dritten Schritt in jedem weiteren Schritt um 6 neuen regelmäßigen Sechsecken mehr gebaut als im vorigen Schritt.



- b) Beweisen Sie (durch vollständige Induktion oder mit einer anderen Methode), dass die Anzahl der fertigten Sechsecke nach dem n -ten Schritt insgesamt $3n^2 - 3n + 1$ ist!

a)	6 Punkte	
b)	6 Punkte	
I.:	12 Punkte	

¹ <https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=a0100004.kov>

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

II.

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebige lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie ins leere Kästchen auf der Seite 2!

5. Ein Bauspiel besteht aus kongruenten quadratischen Säulen (sie sind keine Würfel), deren Flächen entweder blau oder gelb gefärbt sind. Die Anzahl der **gelben** Flächen ist bei jeder Säule **mehr**, als die Anzahl der blauen Flächen. (Eine quadratische Säule ist ein Prisma mit einem Quadrat als Grundfläche.) Das Bauspiel enthält aus jeder verschieden gefärbten, der Bedingung entsprechenden Säule ein Stück.

- a) Wie viele quadratische Säulen gibt es im Bauspiel? (Zwei gefärbte Säulen werden verschieden betrachtet, wenn sie durch räumliche Transformationen nicht aufeinander abzubilden sind.)

Die Oberfläche einer quadratischen Säule ist 384 cm^2 .

- b) Bestimmen Sie das Volumen der Säule, wenn ihre Seitenkanten 22 cm lang sind.

- c) Wie sollten die Längen der Grundkanten, bzw. der Seitenkanten der quadratischen Säule mit der Oberfläche 384 cm^2 gewählt werden, damit die Summe der Längen der acht Grundkanten und der vier Seitenkanten minimal wird?

a)	5 Punkte	
b)	3 Punkte	
c)	8 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Azonosító
jel:

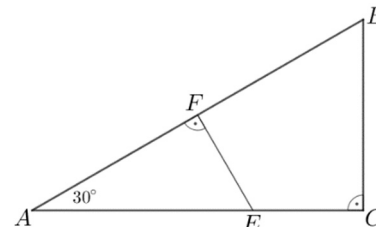
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

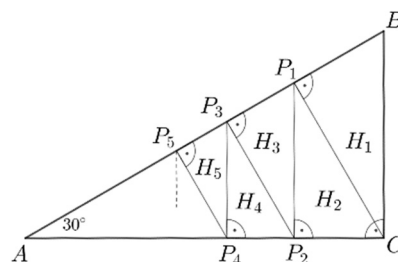
Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebige lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie ins leere Kästchen auf der Seite 2!

6. Im rechtwinkligen Dreieck ABC ist der Winkel im Punkt A 30° .

- a) Im Dreieck wurde im Halbierungspunkt F der Hypotenuse AB eine Senkrechte (zur Hypotenuse) errichtet. Diese Senkrechte schneidet die Kathete AC im Punkt E . In welchem Verhältnis teilt der Punkt E die Kathete AC ?



Vom Dreieck wird durch die Höhe zur Hypotenuse, also durch CP_1 das Dreieck H_1 abgeschnitten. Dann wird für das restliche rechtwinklige Dreieck ACP_1 dieselbe Methode durchgesetzt: das Dreieck H_2 wird durch die Höhe zur Hypotenuse, also durch P_1P_2 abgeschnitten, und es geht so weiter (siehe die Abbildung).



- b) Wenn wir diese Methode 13-mal durchführen, dann werden 13 Dreiecke abgeschnitten. Wie viel Prozent beträgt der Flächeninhalt des restlichen Dreiecks vom Flächeninhalt des Dreiecks ABC ?
- c) Wir wissen, dass $CP_1 = 2 - \sqrt{3}$ ist. Bestimmen Sie den genauen Wert der Länge des Streckenzuges $CP_1P_2P_3P_4\dots$, der aus unendlich vielen Strecken besteht!

a)	5 Punkte	
b)	6 Punkte	
c)	5 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebige lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie ins leere Kästchen auf der Seite 2!

7. Endre, Frici und Gyuri sind Sportschützen. Auf dem Schießstand befinden sich sechs Schützenstände nebeneinander, die von 1 bis 6 nummeriert sind. An einem Tag werden die Jungen von ihrem Trainer zufälligerweise jeweils in einen Schützenstand eingeteilt.

- a) Welches Ereignis ist wahrscheinlicher: Dass sie in drei benachbarte Schützenstände kommen, oder dass keine zwei von ihnen in nebeneinanderliegende Schützenstände kommen?

Bei einem Schützenwettkampf können bei jedem Schuss 5, 4, 3, 2, 1 oder 0 Punkte bekommen werden. Zum Sieg braucht Endre bei den letzten fünf Schüssen insgesamt **mindestens** 22 Punkte zu erreichen.

- b) Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, mit fünf Schüssen mindestens 22 Punkte zu erreichen?
(Zwei Reihen aus fünf Schüssen werden gleich betrachtet, wenn sie sich höchstens in der Reihenfolge der erreichten Punkte voneinander unterscheiden.)

Am gleichen Wettkampf erzielte Gyuri bei den letzten zehn Schüssen keinen Schuss mit 0 Punkten. Die Spannweite, der Median und auch der Durchschnitt der Punktzahlen der letzten zehn Schüsse ist 3, und der einzige Modus/Modalwert war die 2.

- c) Bestimmen Sie die Punktwerte der letzten zehn Schüsse von Gyuri in monoton steigender Reihenfolge! (Begründen Sie während Ihrer Lösung, dass man die Punktwerte der zehn Schüsse – abgesehen von der Reihenfolge – eindeutig bestimmen kann.)

a)	4 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	8 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebige lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie ins leere Kästchen auf der Seite 2!

- 8.** Die Seitenlängen eines Dreiecks sind $p^2 + q^2$, $p^2 - q^2$, bzw. $2pq$, wobei p und q positive ganze Zahlen sind, für die $p > q$ erfüllt wird.
- a) Beweisen Sie, dass von den drei Seitenlängen $p^2 + q^2$ am längsten ist!
 - b) Beweisen Sie, dass das Dreieck rechtwinklig ist!
 - c) Beweisen Sie, dass der Flächeninhalt des Dreiecks $p^3q - q^3p$ ist!
 - d) Bezeichne r den Radius des Inkreises des Dreiecks. Beweisen Sie, dass der Wert von r eine ganze Zahl ist!

a)	4 Punkte	
b)	4 Punkte	
c)	2 Punkte	
d)	6 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Von den Aufgaben 5-9 müssen Sie vier beliebige lösen. Die Nummer der nicht gewählten Aufgabe schreiben Sie ins leere Kästchen auf der Seite 2!

9. Sei f eine in der Menge der reellen Zahlen definierte Funktion, wobei $f(x) = x^2$ ist.

a) Bestimmen Sie den Wert von a und b , wenn $\int_a^b f(x) = 63$ und $f'(a) = b$ gelten.

Sei h eine in der Menge der reellen Zahlen definierte Funktion, wobei $h(x) = x^2 + px + r$ ist.

b) Bestimmen Sie den Wert von p und r , wenn $h(1)$, $h(3)$ und $h(4)$ (in dieser Reihenfolge) die aufeinanderfolgenden Glieder einer arithmetischen Folge, sowie $h(1)$, $h(2)$ und $h(4)$ (in dieser Reihenfolge) die aufeinanderfolgenden Glieder einer geometrischen Folge sind!

a)	7 Punkte	
b)	9 Punkte	
I.:	16 Punkte	

Azonosító
jel:

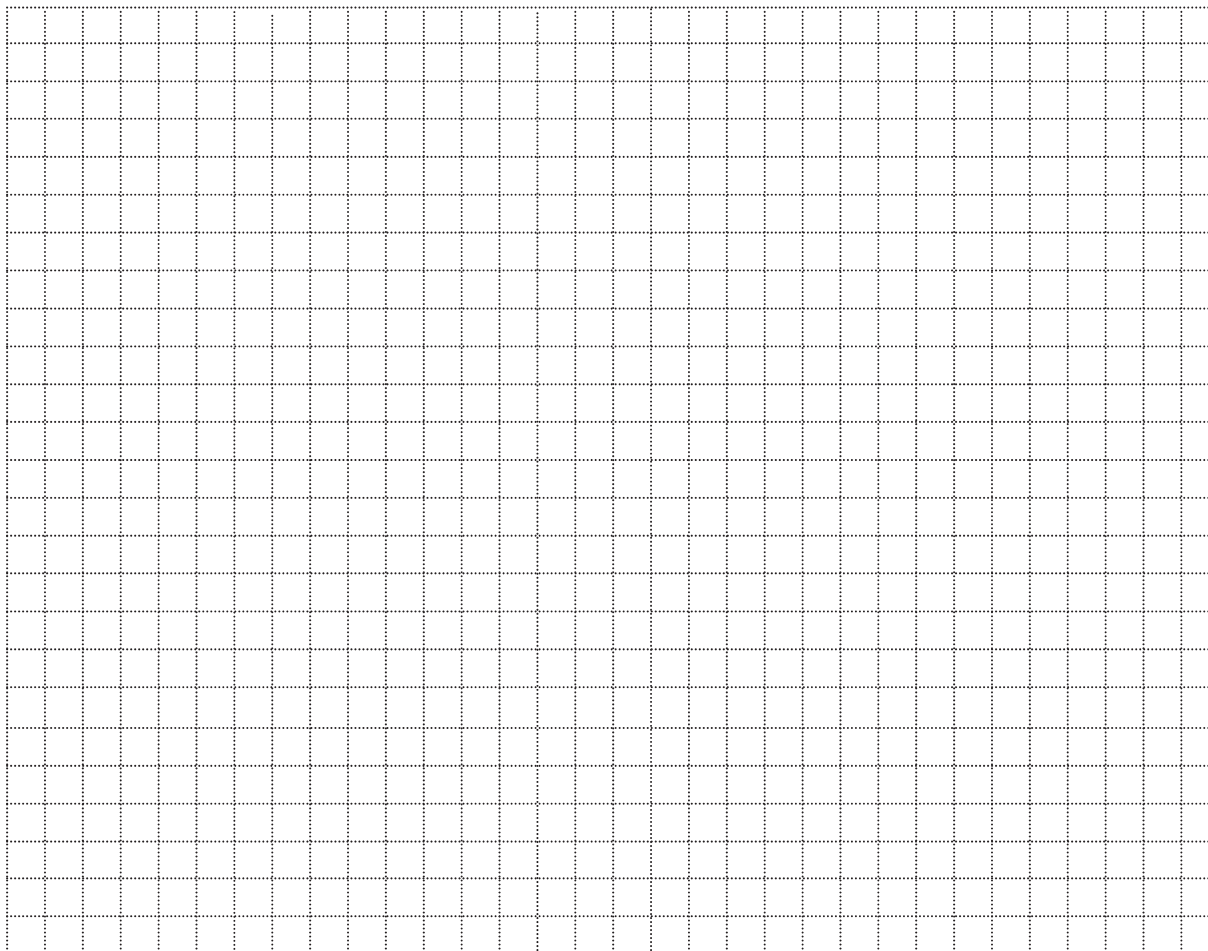
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Azonosító
jel:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--



	Aufgaben- nummer	Punktzahl			
		maximal	erreicht	maximal	erreicht
Teil I.	1.	13		51	
	2.	13			
	3.	13			
	4.	12			
Teil II.		16		64	
		16			
		16			
		16			
			← die nicht gewählte Aufgabe		
Punktzahl des schriftlichen Teiles				115	

Datum

Korrektor

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző