

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2025. május 6.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI HIVATAL

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. Vous êtes prié de corriger la copie **lisiblement avec un stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles gris se trouvant à côté des exercices. **Le nombre de points** donné par l'examineur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **En cas de solution impeccable**, vous êtes prié d'inscrire le nombre de points maximal et de signaler par le symbole ✓ que vous avez lu l'unité conceptuelle concernée et que vous l'avez évaluée correcte.
4. En cas de solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **le nombre de points partiels** sur la copie en **indiquant la faute**. Afin de rendre l'évaluation plus compréhensible pour le candidat, il est possible d'indiquer le nombre de points retirés. Ne pas laisser de partie dans la résolution dont on ne peut pas décider si elle est juste, erronée ou inutile.
5. Lors de la correction, **utilisez les notations suivantes**.
 - une étape juste: ✓
 - une erreur de principe: *un double-soulignage*
 - une erreur de calcul ou une autre erreur qui n'est pas de principe: *un simple soulignage*
 - une étape correcte fondée sur des données initiales erronées: *le symbole ✓ barré ou pointillé*
 - justification insuffisante, énumération incomplète ou d'autres lacunes: *le symbole de lacune (✓)*
 - partie non compréhensible: *point d'interrogation et/ou ligne ondulée*
6. A l'exception des schémas, **les parties écrites au crayon** ne doivent pas être évaluées.

Les demandes de contenu:

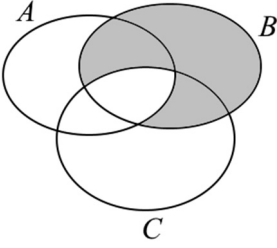
1. Pour certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère**, recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés** sauf interdiction mentionnée. Toutefois, les points attribués doivent être entiers.
3. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une imprécision alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors le candidat a droit aux points partiels ultérieurs.
4. **En cas d'erreur de principe**, dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées par une double ligne), on n'attribue aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes. Cependant si le candidat continue le calcul, en partant du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et si le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors le candidat a droit au point maximal de cette partie.

5. Si une remarque **est mise entre parenthèses** dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
6. **En cas de l'absence de l'unité de mesure** on n'accorde pas de point seulement dans le cas où l'unité de mesure figure dans la réponse ou au changement d'unité de mesure (sans parenthèse).
7. Sur **les différentes tentatives de solution** données à un exercice, seule la variante indiquée par le candidat peut être évaluée. Lors de la correction, indiquez clairement laquelle des variantes a été corrigée et laquelle non.
8. **On ne peut pas attribuer de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum des points prévus pour l'exercice ou partie d'exercice donné.)
9. Le nombre total de points attribué à un exercice ou à une partie d'exercice **ne peut pas être négatif**.
10. **Un retrait de points ne doit pas être effectué** pour des calculs partiels, étapes partielles erronés mais inexploités par la suite.
11. Lors du développement d'un raisonnement, **l'utilisation de la calculatrice (sans justification mathématique supplémentaire) est acceptable pour l'exécution des opérations suivantes** : addition, soustraction, multiplication, division, élévation à une puissance, extraction de racine, le calcul de $n!$ et de $\binom{n}{k}$, le remplacement des tables numériques se trouvant dans les formulaires (sin, cos, tg, log et leur inverse), le calcul par la valeur approchée de π et du nombre e , la détermination des racines d'une équation du second degré de forme réduite à zéro. L'utilisation des calculatrices est permise sans autre justification mathématique pour calculer la moyenne et l'écart-type sauf si la consigne de l'exercice exige la présentation des calculs partiels correspondants. **Dans tout autre cas, les calculs effectués par calculatrice sont considérés comme étapes non-justifiées, donc ils valent zéro point.**
12. Utilisation justificative (par exemple des données lues par une mesure) **des figures** n'est pas acceptée.
13. En ce qui concerne les **probabilités**, on peut accepter les réponses correctes exprimées sous forme de pourcentage (sauf en cas de mention contraire).
14. Si le texte d'un exercice ne précise pas l'arrondi attendu, on accepte les résultats partiels ou finaux **arrondis correctement et raisonnablement**.
15. **Seules 4 résolutions d'exercices peuvent être évaluées sur les 5 exercices proposés dans la II^e partie de l'épreuve écrite.** Dans le carré correspondant, le candidat a - vraisemblablement- inscrit le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. De sorte qu'il ne faut pas corriger la solution éventuellement donnée à cet exercice. Si le candidat n'inscrit pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont il ne demande pas l'évaluation, alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé par l'énoncé qu'il ne faut pas évaluer.

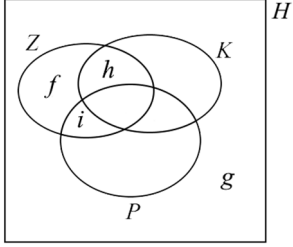
I.

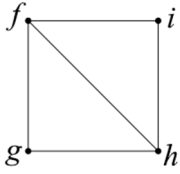
1. a)		
$8 \cdot 2^x - 2^x + \frac{2^x}{2} = 60$	1 point	
En multipliant par 2 les deux côtés. $16 \cdot 2^x - 2 \cdot 2^x + 2^x = 120.$	1 point	$7,5 \cdot 2^x = 60$
Après avoir effectué les opérations à gauche: $15 \cdot 2^x = 120.$	1 point	
$2^x = 8 (= 2^3)$	1 point	
(Puisque la fonction exponentielle est bijective, alors) $x = 3.$	1 point	
Vérification par substitution ou référence aux transformations équivalentes.	1 point	
Total:	6 points	

1. b)		
De la première équation: $y = 2x - 3.$	1 point	$x = \frac{y+3}{2}$
En le remplaçant dans la deuxième équation: $ 5x - 5 = 5.$	1 point	$ y + 1 = 2$
en cas de $5x - 5 = 5, x = 2,$	1 point	<i>en cas de $y + 1 = 2,$ $y = 1,$</i>
alors $y = 1.$ (Donc l'une des solutions est le couple de nombres réels (2; 1).)	1 point	<i>alors $x = 2.$</i>
en cas de $5x - 5 = -5, x = 0,$	1 point	<i>en cas de $y + 1 = -2,$ $y = -3,$</i>
alors $y = -3.$ (Donc l'autre solution est le couple de nombres réels (0; -3).)	1 point	<i>alors $x = 0.$</i>
Vérification.	1 point	
Total:	7 points	

2. a)		
	2 points	
Total:		2 points

2. b)		
Par exemple $(A \cup B) \cap C$.	2 points	$(A \cap C) \cup (B \cap C)$
Total:		2 points

2. c)		
	1-1 points	
Total:		4 points

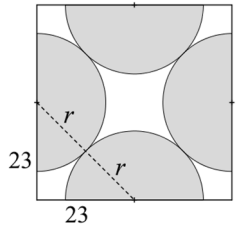
2. d)		
	3 points	<i>Que le candidat perde 1 point pour chaque arête mal dessinée ou pour chaque arête non dessinée par erreur.</i>
Total:		3 points

3. a)		
En désignant par p le prix en forint de la pizza au jambon et par b le prix en forint du jus d'abricot: $\left. \begin{array}{l} 2p + 3b = 7600 \\ 3p + 5b = 11\,700 \end{array} \right\}$	1 point	
En exprimant p de la première équation: $p = 3800 - 1,5b$.	1 point	<i>En soustrayant le triple de la première équation du double de la deuxième équation: $b = 600$.</i>
En remplaçant cela dans la deuxième équation: $3(3800 - 1,5b) + 5b = 11\,700$, d'où $b = 600$ (donc un jus d'abricot coûte 600 Ft).	1 point	
D'où $p = 2900$ (donc une pizza coûte 2900 Ft).	1 point	
Vérification d'après le texte.	1 point	
Total:		5 points

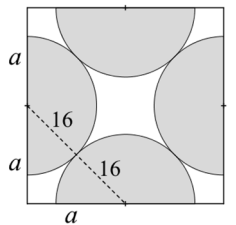
3. b)

Que $7x$ désigne le prix en forint de la matière première de l'année dernière et $3x$ désigne les autres frais (donc la dépense totale est égale à $10x$).	1 point	
Alors avec l'augmentation des prix cela devient $1,15 \cdot 7x + 1,25 \cdot 3x =$	1 point	
$= 11,8x$ Ft (ceci représente 1,18 fois la dépense totale originale),	1 point	
ainsi la pizza coûte 18% de plus cette année.	1 point	
Total:	4 points	

3. c) 1^{ère} variante de résolution

On calcule le diamètre des plus grandes pizzas possibles de façon donnée dans le plateau de cuisson. Dans ce cas, les demi-cercles se touchent. La distance des centres des deux demi-cercles tangents est la somme des rayons des deux demi-cercles.	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
(En désignant par r le rayon des demi-cercles:) D'après Pythagore: $(2r)^2 = 23^2 + 23^2$,	1 point	
d'où $2r (= 23\sqrt{2}) \approx 32,5$ cm.	1 point	
Ceci est plus grand que 32 cm, donc les demi-pizzas de Péter entrent dans le plateau de cuisson.	1 point	
Total:	4 points	

3. c) 2^{ème} variante de résolution

On détermine la taille du plateau de cuisson nécessaire pour que deux pizzas de 32 cm de diamètre puissent y entrer de la façon donnée. Dans ce cas, les pizzas se touchent. La distance des centres des deux demi-cercles tangents est la somme des rayons des deux demi-cercles.	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
(En désignant par $2a$ le côté du plateau de cuisson:) D'après Pythagore: $32^2 = a^2 + a^2$,	1 point	
d'où $a \approx 22,63$ cm.	1 point	
$2a < 46$ cm, donc les demi-pizzas entrent dans le plateau de cuisson.	1 point	
Total:	4 points	

4. a)		
En désignant par q la raison de la suite géométrique: $732 \cdot q^2 = 1647$,	1 point	<i>A cause de la propriété de la moyenne géométrique, la date historique du milieu</i> $x^2 = 732 \cdot 1647$.
d'où (à cause de $q > 0$) $q = 1,5$,	1 point	
ainsi la date historique du milieu est ($732 \cdot 1,5 =$) 1098.	1 point	($x > 0$, ainsi) $x = 1098$.
Total:	3 points	

4. b)		
Si on range les notes par ordre de grandeur croissante, alors la médiane peut être égale à 4 de deux façons différentes. 1 ^{er} cas: la cinquième note est 3, la sixième est 5; 2 ^{ème} cas: la cinquième et la sixième note sont également 4.	1 point*	1 ^{er} cas: _____ 3 5 _____ 2 ^{ème} cas: _____ 4 4 _____
Dans le 1 ^{er} cas, il y aurait cinq 5 ce qui nécessite cinq 3 pour avoir la moyenne 4, mais comme il n'y a qu'un seul mode, alors cela est impossible.	1 point*	
Dans le 2 ^{ème} cas, il doit y avoir quatre 5, puisque s'il y en avait moins, alors il y aurait au moins autant de 4 que de 5, alors le 5 ne serait pas le seul mode.	1 point*	<i>peut être:</i> _____ 4 4 5 5 5 5.
Comme la moyenne des dix notes est 4, alors leur somme est 40, donc la somme des quatre plus petites notes est $40 - 4 \cdot 5 - 2 \cdot 4 = 12$.	1 point	
S'il n'y a pas de 4 parmi les quatre plus petites notes, alors comme somme, le 12 ne pourrait venir que de quatre 3, mais dans ce cas 5 ne serait pas le seul mode.	1 point	
S'il y a encore un 4 (il n'y en a pas plus à cause du mode), alors les autres notes ne peuvent être que 2, 3, 3,	1 point	
donc les dix notes sont les suivantes: 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5. (Ce qui satisfait toutes les conditions.)	1 point	
Total:	7 points	

*Remarque: Les 3 points marqués par * peuvent être accordés pour le raisonnement suivant:*

Le nombre des 5 est au moins trois à cause du mode, et au maximum cinq à cause de la médiane.	1 point	
Les trois 5 ne sont pas suffisants, puisque dans ce cas la somme des notes ne pourrait être que ($3 \cdot 5 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 =$) 34 au maximum (et ainsi la moyenne ne serait pas 4).	1 point	
Il ne peut pas y avoir cinq 5, parce que la moyenne 4 nécessiterait cinq 3. (A cause du mode) cela n'est pas possible non plus, donc il ne peut y avoir qu'exactement quatre 5.	1 point	

4. c) 1^{ère} variante de résolution		
Il peut choisir 3 goûts identiques de 4 façons,	1 point	
et 3 goûts différents également de 4 façons différentes.	1 point	
Il peut en choisir un de n'importe quel et deux d'un autre goût de $4 \cdot 3 = 12$ façons différentes.	1 point	$\binom{4}{2} \cdot 2$
Alors Bence peut choisir les gâteaux à la broche de $4 + 4 + 12 = 20$ façons différentes en tout.	1 point	
Total:	4 points	

4. c) 2^{ème} variante de résolution		
Des gâteaux à la broche de quatre goûts différents, il doit choisir 3 de telle façon que l'ordre des choix ne compte pas et il peut choisir plusieurs du même goût.	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
Cela correspond justement à la combinaison avec répétition de 3 éléments d'un ensemble de 4 éléments. Le nombre des choix possibles de Bence: $\binom{4+3-1}{3} =$	2 points	
$= \binom{6}{3} = 20.$	1 point	
Total:	4 points	

Remarque: Si le candidat énumère tous les cas possibles (les donne dans un ordre bien ordonné et logique), puis pour cette raison répond correctement à la question, alors il mérite le maximum de points.

II.

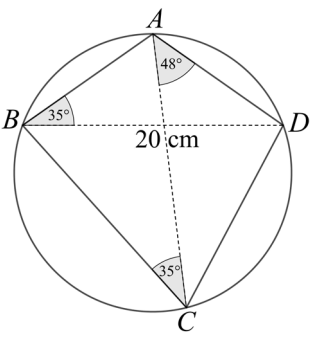
5. a)		
La raison de la suite arithmétique: $d = \frac{22-5}{10} = 1,7$.	1 point	
Le premier terme de la suite: $a_1 = 5 - 2 \cdot 1,7 = 1,6$.	1 point	
La somme des 100 premiers termes de la suite: $S_{100} = \frac{2 \cdot 1,6 + 99 \cdot 1,7}{2} \cdot 100 = 8575$.	2 points	$a_{100} = 1,6 + 99 \cdot 1,7 = 169,9$ $S_{100} = \frac{1,6 + 169,9}{2} \cdot 100 = 8575$
Total:	4 points	

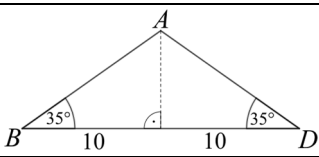
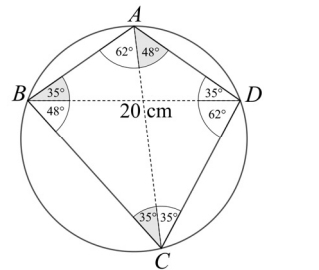
5. b)		
La somme des n premiers termes de la suite arithmétique: $S_n = \frac{2 \cdot 91 + (n-1) \cdot 2}{2} \cdot n = n^3$.	2 points	$a_n = 91 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 89$ $S_n = \frac{91 + (2n + 89)}{2} \cdot n = n^3$
$(90+n) \cdot n = n^3$ (En divisant par $n \neq 0$, et en réduisant à 0 :) $n^2 - n - 90 = 0$.	2 points	
$n = -9$ n'est pas une solution ($n > 0$).	1 point	
$n = 10$ est une solution (en effet $S_{10} = 1000 = 10^3$).	1 point	
Total:	6 points	

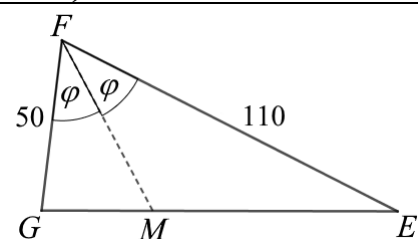
5. c)		
La somme des n premiers termes de la suite géométrique: $S_n = 1,6 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} > 1\,000\,000\,000$.	2 points	
$2^n > 625\,000\,001$	1 point	
La fonction logarithmique de base 2 est strictement monotone croissante,	1 point	<i>La fonction logarithmique de base 10 est strictement monotone croissante, alors</i>
alors $n > \log_2 625\,000\,001 \approx 29,2$.	1 point	$\lg 2^n > \lg 625\,000\,001$ $n \lg 2 > \lg 625\,000\,001$ ($\lg 2 > 0$, ainsi) $n > \frac{\lg 625\,000\,001}{\lg 2} \approx 29,2$
Il faut donc additionner au moins 30 termes.	1 point	
Total:	6 points	

Remarques:

1. Si le candidat utilise une équation à la place d'une inéquation, alors il mérite 4 points pour la résolution correcte de l'équation. Si, après cela, il répond correctement, en faisant référence à la stricte croissance, alors il mérite le maximum de points.
2. Si le candidat montre que $n = 29$ n'est pas correcte et $n = 30$ est correcte, alors pour cela, il mérite 3 points. Si, après cela, il répond correctement, en faisant référence à la stricte croissance, alors il mérite le maximum de points.

6. a)		
 A cause du théorème des angles inscrits:	1 point	
$\angle ADB = \angle ACB = 35^\circ$ (puisque tous les deux sont appuyés sur le même arc AB),	1 point	
et $\angle ABD = \angle ACD = 35^\circ$ (puisque tous les deux sont appuyés sur le même arc AD).	1 point	
Total:	3 points	

6. b)		
(La base BD du triangle isocèle ABD est 20 cm de longueur, alors) $AB = AD = \frac{10}{\cos 35^\circ} \approx 12,2$ cm.	2 points	
(A cause du théorème des angles inscrits ou de la somme des angles intérieurs du triangle:) $\angle CAB = 62^\circ$, $\angle DBC = 48^\circ$, $\angle BDC = 62^\circ$.	2 points	
($\angle BCD = 70^\circ$, ainsi) en utilisant la loi des sinus dans le triangle BCD : $\frac{BC}{20} = \frac{\sin 62^\circ}{\sin 70^\circ}$,	1 point	
d'où $BC \approx 18,8$ cm.	1 point	
D'après la formule d'Al-Kashi (loi des cosinus): $CD = \sqrt{20^2 + 18,8^2 - 2 \cdot 20 \cdot 18,8 \cdot \cos 48^\circ} \approx$	1 point	Avec la loi des sinus $\frac{CD}{20} = \frac{\sin 48^\circ}{\sin 70^\circ}$
$\approx 15,8$ cm.	1 point	$CD \approx 15,8$ cm.
Le périmètre du quadrilatère inscritible: $(12,2 + 12,2 + 18,8 + 15,8 =) 59$ cm.	1 point	
Total:	9 points	

6. c)

(Que M désigne le point d'intersection du côté EG et de la bissectrice intérieure issue du sommet F .)

D'après le théorème concernant la bissectrice intérieure du triangle:

$$\frac{EM}{MG} = \frac{FE}{FG},$$

d'où (avec une division proportionnelle)

$$EM = \frac{104}{110 + 50} \cdot 110 = 71,5 \text{ cm.}$$

Donc $MG = (104 - 71,5) = 32,5 \text{ cm.}$

(La bissectrice divise le côté EG en deux segments de longueur de 71,5 cm et de 32,5 cm.)

1 point

D'après le théorème concernant la bissectrice intérieure du triangle, il faut diviser le côté EG dans le rapport 110 : 50.

2 points

1 point

Total: 4 points

Remarque: Que le candidat perde au maximum 1 point en tout dans l'exercice entier à cause de l'unité de mesure.

7. a)

La probabilité qu'Anna ne gagne pas avec son premier lancer (et ainsi Balázs peut lancer le dé) est $\frac{5}{6}$.

1 point

Après cela, (indépendamment du premier lancer d'Anna) Balázs gagne de probabilité d' $\frac{1}{6}$,

1 point

alors la probabilité cherchée est en effet $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$.

1 point

Total: 3 points

7. b)		
La probabilité qu'Anna gagne avec son premier lancer est $\frac{1}{6}$.	1 point	
Anna gagne avec son deuxième lancer si le premier lancer pour aucun d'entre eux n'est pas 6, mais deuxièmement elle arrive à lancer 6. La probabilité de celle-ci est $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} (\approx 0,116)$.	1 point	
Anna gagne avec son troisième lancer si le premier et le deuxième lancer pour aucun d'entre eux n'est pas 6, mais au troisième tour, c'est elle qui lance le six. La probabilité de celle-ci est $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} (\approx 0,080)$.	1 point	
La probabilité cherchée est la somme de celles-là, donc $\frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot \left(1 + \frac{25}{36} + \frac{625}{1296}\right) \approx 0,363$.	1 point	$\frac{2821}{7776}$
Total:	4 points	

7. c) 1^{ère} variante de résolution		
(La probabilité qu'Anna gagne avec son premier lancer est $\frac{1}{6}$, avec son deuxième lancer est $\left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$, avec son troisième lancer est $\left(\frac{5}{6}\right)^4 \cdot \frac{1}{6}$.) Ainsi de suite, la probabilité qu'Anna gagne avec son $n^{\text{ième}}$ lancer est $\left(\frac{5}{6}\right)^{2n-2} \cdot \frac{1}{6}$ (n est un entier positif).	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
Ces probabilités sont les termes consécutifs d'une suite géométrique dont le premier terme est $a_1 = \frac{1}{6}$, et la raison est $q = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$.	2 points	
Comme le jeu peut comprendre un nombre de lancers quelconque, alors il faut déterminer la somme de la série géométrique infinie (ce qui existe puisque $0 < q < 1$).	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
La probabilité qu'Anna gagne est: $S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{6}}{1-\frac{25}{36}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{11}{36}} = \frac{6}{11} (\approx 0,545)$	1 point	
Total:	5 points	

7. c) 2^{ème} variante de résolution		
La probabilité qu'Anna gagne avec son premier lancer est $\frac{1}{6}$. La probabilité qu'au premier lancer ni Anna ni Balázs ne lance pas de 6 est $\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$.	1 point	
Si aucun d'entre eux n'a gagné avec son premier lancer, alors on peut considérer cela, comme si le jeu recommençait. A cet instant, la probabilité p qu'Anna gagne est la même que la probabilité mesurable au début du jeu.	1 point	
A cause de cela $p = \frac{1}{6} + \frac{25}{36} \cdot p$.	2 points	
D'où $p = \frac{6}{11}$.	1 point	
Total:	5 points	

7. d)																																																												
Le nombre de tous les cas (équiprobables) possibles avec deux dés est $6 \cdot 6 = 36$, parmi lesquels dans 11, 9, 7, 5, 3 et 1 cas la valeur non supérieure sera 1 2, 3, 4, 5 et 6.				2 points	<table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr><tr><td>4</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>4</td><td>4</td></tr><tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>5</td></tr><tr><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr></table>								1	2	3	4	5	6	1	1	1	1	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	3	1	2	3	3	3	3	4	1	2	3	4	4	4	5	1	2	3	4	5	5	6	1	2	3	4	5	6
	1	2	3		4	5	6																																																					
1	1	1	1		1	1	1																																																					
2	1	2	2		2	2	2																																																					
3	1	2	3	3	3	3																																																						
4	1	2	3	4	4	4																																																						
5	1	2	3	4	5	5																																																						
6	1	2	3	4	5	6																																																						
la valeur du nombre non supérieur	1	2	3	4	5	6																																																						
sa probabilité	$\frac{11}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$																																																						
L'espérance (mathématique) cherchée :				1 point																																																								
$\frac{11}{36} \cdot 1 + \frac{9}{36} \cdot 2 + \frac{7}{36} \cdot 3 + \frac{5}{36} \cdot 4 + \frac{3}{36} \cdot 5 + \frac{1}{36} \cdot 6 =$																																																												
$= \frac{91}{36} (\approx 2,528).$				1 point																																																								
Total:				4 points																																																								

8. a)		
B, D	2 points	<i>On accorde 1 point au cas d'une bonne réponse ou au cas de deux bonnes et d'une mauvaise réponses. Dans tous les autres cas, on accorde 0 point.</i>
Total:		2 points

8. b) 1^{ère} variante de résolution		
(Le nombre des fleurs peut être réparti de trois manières.) 1 ^{er} cas : Il y a 4 fleurs dans un vase et 1 fleur dans chacun des deux vases. Il y a $\binom{6}{4} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} = 30$ possibilités où p. ex. il y a 4 fleurs dans le vase rouge, 1 fleur dans le vase blanc et 1 dans le vase vert.	1 point	
Les 4 fleurs peuvent être dans n'importe quel des trois vases, il y a donc $30 \cdot 3 = 90$ de telles possibilités.	1 point	
2 ^{ème} cas : Dans un vase il y a 3, dans un vase il y a 2 et dans un vase il y a 1 fleur. Il y a $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} = 60$ possibilité où p.ex. il y a 3 fleurs dans le vase rouge, 2 fleurs dans le vase blanc et 1 fleur dans le vase vert.	1 point	
Les vases peuvent avoir de $3! = 6$ ordres de couleur différents, il y en a alors $60 \cdot 6 = 360$ de telles possibilités.	1 point	
3 ^{ème} cas : Il y a 2 fleurs dans chacun des vases. De telles possibilités, il y en a $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 90$.	1 point	
Nous avons alors $90 + 360 + 90 = 540$ possibilités pour placer les fleurs.	1 point	
Total:		6 points

8. b) 2^{ème} variante de résolution		
Si on pouvait avoir des vases vides, alors on aurait $3^6 = 729$ possibilités de placer les fleurs,	1 point	
parmi lesquelles il y a 2^6 cas lorsque le vase rouge est vide. Parmi ces cas, il y en a 2 lorsque l'un des deux autres vases est également vide, donc il y a $2^6 - 2 = 62$ cas lorsque ce n'est que par exemple le vase rouge qui est vide.	2 points	

N'importe quel des vases peut être vide, donc il y a $3 \cdot 62 = 186$ cas lorsqu'il y a exactement 1 vase vide.	1 point	
Il y a encore 3 cas lorsqu'il y a exactement 2 vases vides (dans ce cas toutes les 6 fleurs se trouvent dans le même vase).	1 point	
Donc le nombre des placements convenables est $729 - 186 - 3 = 540$.	1 point	
Total:	6 points	

8. c) 1^{ère} variante de résolution

(Que r désigne le rayon du cercle de base et m la hauteur du cylindre en cm.) Le volume du cylindre: $V = r^2 \pi m = 2000 \text{ cm}^3$,	1 point	
d'où la hauteur du vase $m = \frac{2000}{r^2 \pi}$.	1 point	
L'aire du cylindre ouvert en haut $A = r^2 \pi + 2r \pi m = r^2 \pi + 2r \pi \cdot \frac{2000}{r^2 \pi} = r^2 \pi + \frac{4000}{r}$.	1 point	
La fonction dérivée de la fonction $f(r) = r^2 \pi + \frac{4000}{r}$ ($r > 0$) est $f'(r) = 2r\pi - \frac{4000}{r^2}$.	1 point*	
(f peut admettre un minimum là, où $f'(r) = 0$, donc) $2r\pi - \frac{4000}{r^2} = 0$.	1 point*	
D'où $r \left(= \sqrt[3]{\frac{2000}{\pi}} \right) \approx 8,6 \text{ cm}$.	1 point*	
Puisque $f''(r) = 2\pi + \frac{8000}{r^3} > 0$, alors cela est vraiment un lieu de minimum.	1 point*	Si $0 < r < 8,6$, alors la première dérivée est négative, si $r > 8,6$, alors elle est positive, donc $r = 8,6$ est un lieu de minimum.
Donc la hauteur du vase doit être $m = \frac{2000}{8,6^2 \pi} \approx 8,6 \text{ cm}$.	1 point	
Total:	8 points	

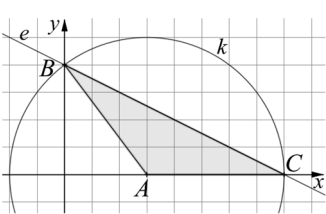
Remarque: Le candidat mérite les 4 points marqués par * pour le raisonnement suivant.

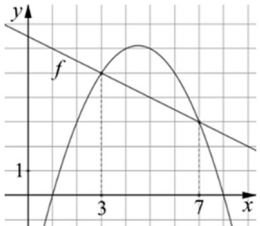
En utilisant l'inégalité entre la moyenne arithmétique et géométrique pour les termes suivants: $r^2 \pi, \frac{2000}{r}, \frac{2000}{r}$	1 point	
$f(r) = r^2 \pi + \frac{2000}{r} + \frac{2000}{r} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{2000^2 \pi} \approx 697,5$.	1 point	
L'égalité est possible si et seulement si $r^2 \pi = \frac{2000}{r}$,	1 point	
donc $r \left(= \sqrt[3]{\frac{2000}{\pi}} \right) \approx 8,6 \text{ cm}$.	1 point	

8. c) 2^{ème} variante de résolution		
(Que r désigne le rayon du cercle de base et m la hauteur du cylindre en dm.) Le volume du cylindre: $V = r^2 \pi m = 2 \text{ dm}^3$,	1 point	
d'où le rayon du cercle de base : $r = \sqrt{\frac{2}{\pi m}}$.	1 point	
L'aire du cylindre ouvert en haut $A = r^2 \pi + 2r \pi m = \frac{2}{\pi m} \cdot \pi + 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi m}} \cdot \pi m = \frac{2}{m} + 2\sqrt{2\pi m}$.	1 point	
La fonction dérivée de la fonction $f(m) = \frac{2}{m} + 2\sqrt{2\pi m}$ ($m > 0$) est $f'(m) = -\frac{2}{m^2} + \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{m}}$	1 point*	
(f peut admettre un minimum là où $f'(m) = 0$, donc) $\frac{2}{m^2} = \frac{\sqrt{2\pi}}{\sqrt{m}}$.	1 point*	
En l'élevant au carré $\frac{4}{m^4} = \frac{2\pi}{m}$, d'où $m = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$.	1 point*	
Puisque $f''(m) = \frac{4}{m^3} - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{m^3}}$, $f''\left(\sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}\right) = 2\pi - \frac{\pi}{2} > 0$, alors cela est vraiment un lieu de minimum.	1 point*	
Donc la hauteur du vase doit être $m = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}} \approx 0,86 \text{ dm}$ $= 8,6 \text{ cm}$.	1 point	
Total:	8 points	

*Remarque: Le candidat mérite les 4 points marqués par * pour le raisonnement suivant.*

En utilisant l'inégalité entre la moyenne arithmétique et géométrique pour les termes suivants: $\frac{2}{m}$, $\sqrt{2\pi m}$, $\sqrt{2\pi m}$:	1 point	
$f(m) = \frac{2}{m} + \sqrt{2\pi m} + \sqrt{2\pi m} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{4\pi} \approx 6,97$.	1 point	
L'égalité est possible si et seulement si $\frac{2}{m} = \sqrt{2\pi m}$,	1 point	
donc $m = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$.	1 point	

9. a)		
Le sommet C se situe sur le cercle k de centre A et de rayon AB .	1 point	<i>Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que dans la résolution.</i>
La longueur du rayon AB : $\sqrt{9+16} = 5$,	1 point	
l'équation du cercle k : $(x-3)^2 + y^2 = 25$.	1 point	
(Les points communs du cercle k et de la droite e sont les points C possibles.) De l'équation de la droite e : $x = 8 - 2y$. En le remplaçant dans l'équation de k : $(5-2y)^2 + y^2 = 25$. D'où $y^2 - 4y = 0$.	2 points	$y = 4 - \frac{1}{2}x$ $(x-3)^2 + \left(4 - \frac{1}{2}x\right)^2 = 25$ $x^2 - 8x = 0$
$y = 4$ ou $y = 0$.	1 point	$x = 0$ ou $x = 8$.
Si $y = 4$, alors $x = 0$, donc $C(0; 4)$ ce qui coïncide avec le point B , alors les trois points ne forment pas de triangle, alors ceci n'est pas une solution.	1 point	
Si $y = 0$, alors $x = 8$, donc $C(8; 0)$ ce qui correspond aux conditions de l'exercice. (A , B et C sont trois points différents qui ne se trouvent pas sur la même droite.)	1 point	
Total:	8 points	

9. b)		
(A la première coordonnée des points d'intersection de la parabole et de la droite f): $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 4 = -\frac{1}{2}x + \frac{13}{2}.$	1 point	
$x^2 - 10x + 21 = 0$	1 point	
$x_1 = 3$ ou $x_2 = 7$.	1 point	
Dans $[3 ; 7]$, la parabole se trouve au dessus de la droite f .	1 point	
Donc l'aire demandée: $T = \int_3^7 \left(\left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 4 \right) - \left(-\frac{1}{2}x + \frac{13}{2} \right) \right) dx =$ $= \int_3^7 \left(-\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{21}{2} \right) dx =$	2 points*	
$= \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - \frac{21}{2}x \right]_3^7 = -\frac{49}{6} - \left(-\frac{81}{6} \right) = \frac{16}{3}.$	2 points*	
Total:	8 points	

*Remarque : Le candidat mérite les 4 points marqués par * pour le raisonnement suivant.*

L'aire se trouvant au-dessous de l'arc de la parabole: $\int_3^7 \left(-\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}x - 4 \right) dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - 4x \right]_3^7 =$ $= \frac{301}{12} - \frac{45}{12} = \frac{64}{3}.$	2 points	
L'aire du trapèze rectangle: $\frac{5+3}{2} \cdot 4 = 16.$	1 point	
L'aire de la figure plane bornée limitée par la parabole et la droite: $\frac{64}{3} - 16 = \frac{16}{3}.$	1 point	