ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. október 25.

MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN
MATHEMATIK

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA
MITTLERES NIVEAU SCHRIFTLICHE PRÜFUNG

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ
KORREKTUR- UND BEWERTUNGSANWEISUNG

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM
MINISTERIUM FÜR BILDUNG UND KULTUR

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

1. Die Arbeit ist **mit einem andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, zu korrigieren. Die Fehler und die fehlenden Schritte sind wie üblich zu markieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. **Bei einwandfreier Lösung** kann ohne Angabe von Teilpunkten die maximale Punktzahl eingetragen werden.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** an.
5. Außer den Abbildungen dürfen die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet werden!

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösungen** vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Offensichtlich gute Lösungswege und Endergebnisse können auch dann mit maximalen Punktzahlen bewertet werden, wenn sie **weniger ausführlich** als die beschriebene Musterlösung in der Anweisung sind.
4. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet, und dadurch das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
5. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler**, so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit (diese wird in der Anweisung mit Doppellinie markiert) auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, dadurch aber das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.
6. Wenn in der Anweisung eine **Einheit** oder eine **Bemerkung** in Klammern steht, dann kann die Lösung ohne Einheit auch mit voller Punktzahl bewertet werden.
7. Bei mehreren Lösungen für eine Aufgabe ist **nur eine zu bewerten** (die, mit der größeren Punktzahl).
8. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) sind **nicht zugelassen**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht weiterverwendet werden.
10. **Im Teil II/B sind aus den 3 Aufgaben nur Lösungen von 2 Aufgaben zu bewerten.** Der Abiturient hat die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen – vermutlich – eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1.		
$H = \{16; 25; 36; 49; 64; 81\}$	2 Punkte	*Bei mehr als einen Fehler sind keine Punkte zu geben. Bei einen Fehler oder wenn eine Zahl fehlt, dann ist 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

2.		
Der Schnittpunkt: $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$	2 Punkte	*Wenn x=0; y=$-\frac{2}{3}$ angegeben ist, dann sind die 2 Punkte zu geben. Wenn nur die eine Koordinate in der Antwort angegeben ist, dann ist höchstens 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

3.		
Anzahl der Spiele: 30.	3 Punkte	*Wenn ein falsches Modell verwendet wird und so als Ergebnis 15 oder 60 erhalten wird, oder ein richtiges Modell verwendet wird, aber die Ereignisse falsch zusammengezählt werden, dann ist höchstens 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

4.		
Zum Beispiel: –2; –1; 0; 1; 7 (entspricht beide Mittelwerte).	4 Punkte	*Falls die fünf Zahlen nur den einen Mittelwert entsprechen, dann sollen 2 Punkte, wenn die zwei Bedingungen bei zwei verschiedenen Zahlenreihen erfüllt werden, dann sind 3 Punkte zu geben.*
Insgesamt:	**4 Punkte**	

5.		
Die Bogenlänge: $\frac{3\pi}{2}$.	2 Punkte	*Die Antwort ist vollwertig, wenn ein Näherungswert mit mindestens einer Dezimalstelle angegeben ist! (4,712) Wenn die Bogenlänge bezüglich der Radius angegeben wird, dann ist 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

6.		
Die gesuchten Zahlen: 570; 750; 705.	2 Punkte	*Bei mehr als einen Fehler ist kein Punkt zu geben, wenn es einen falschen oder fehlenden Wert gibt, dann ist nur 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

7.		
Die Länge der Raumdiagonale: $\sqrt{2a^2+b^2}$.	3 Punkte	*Falls das Quadrat der Länge der Diagonale angegeben wird, dann ist nur 1 Punkt zu geben..*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

8.		
Die Wahrscheinlichkeit der Ereignis *B*: $\frac{1}{2}$.	2 Punkte	*50% ist auch eine akzeptierbare Antwort. Die 2 Punkte sind nicht weiter zerlegbar.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

9.		
Anzahl der Elemente der Menge $A \cap B$: 27.	2 Punkte	*Wenn eine falsche Zahl als Antwort angegeben wird, aber die Mengen richtig dargestellt werden, dann ist 1 Punkt zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

10.		
Die zwei Diagonalenvektoren stehen senkrecht aufeinander	1 Punkt	*Für diesen Gedanken in beliebiger Form ist 1 Punkt zu geben.*
Also ist das Skalarprodukt 0.	2 Punkte	
Insgesamt:	**3 Punkte**	*Falls das Skalarprodukt in der Form $12 \cdot 20 \cdot \cos\varphi$ gegeben ist, aber der Kandidat nicht weiter kommt, dann ist nur 1 Punkt zu geben.*

11.		
Der logische Wert von B: FALSCH	1 Punkt	
Aussage C: Wenn ein Viereck ein Rechteck ist, dann sind zwei seiner gegenüber liegenden Winkeln rechten Winkeln.	1 Punkt	*Die Aussage C soll nicht unbedingt in „wenn..., dann...” Form gegeben werden.*
Der logische Wert von C: WAHR	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

12.		
$\binom{7}{3} =$	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn nur die richtige Antwort angegeben wird.*
=35 Möglichkeiten hat sie bei der Auswahl.	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	*Wenn bei der Auswahl auch die Reihenfolge der Elemente betrachtet werden* ($7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ *wird als Antwort angegeben), dann ist 1 Punkt zu geben.*

II/A

13. a)		
Für den richtigen Darstellung des Graphen.	2 Punkte	*Wenn der Definitionsbereich nicht beachtet wird, dann ist nur 1 Punkt zu geben. Wenn das Parabel nicht vollständig gezeichnet wird, aber eindeutig ist, dass es richtig gemeint ist, dann sind die 2 Punkte zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

13. b)		
Minimumstelle: $x = 1{,}5$	1 Punkt	
Minimumwert: 0,75	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

13. c)		
Nach dem Quadrieren der beiden Seiten der Gleichung $x^2 - 3x + 3 = 1 - 4x + 4x^2$	2 Punkte	*Die 2 Punkte sind nicht weiter zu zerlegen.*
Nach der Zusammenfassung: $3x^2 - x - 2 = 0$	1 Punkt	
Die Lösungen der Gleichung: $x_1 = 1$ beziehungsweise $x_2 = -\frac{2}{3}$.	2 Punkte	
$x = 1$ ist keine Lösung.	1 Punkt	*Mit Einsetzen, oder mit dem Bestimmen des Definitionsbereiches kann man das erhalten.*
Bei $x = -\frac{2}{3}$ sind beide Seiten der Gleichung gleich $\frac{7}{3}$, also ist das die reelle Lösung.	2 Punkte	*Bei $x = -\frac{2}{3}$ kann das Einsetzen auch mit dem Näherungswert durchgeführt werden. Man kann mit dem Untersuchen des Definitionsbereiches und der Wertemenge die Richtigkeit der Lösung beweisen.*
Insgesamt:	**8 Punkte**	

14. a)

Nummer der Teilnehmer	I.	II.	III.	Gesamtpunktzahl	Leistung im Prozent
1.	28	16	40	84	56
2.	31	35	44	110	73
3.	32	28	56	116	77
4.	40	42	49	131	87
5.	35	48	52	135	90
6.	12	30	28	70	47
7.	29	32	45	106	71
8.	40	48	41	129	86

Bestimmen der fehlenden Werte der ersten Spalte.	2 Punkte	*Falls mehr als 2 Fehler in den einzelnen Spalten auftreten, dann ist kein Punkt zu geben. Bei einen oder zwei Fehlern ist 1 Punkt zu geben.*
Bestimmen der fehlenden Werte der zweiten Spalte.	2 Punkte	
1. Platz: 5. Teilnehmer 2. Platz: 4. Teilnehmer 3. Platz: 8. Teilnehmer	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

14. b)

Unter den 8 Arbeiten waren 4 mit einer höheren Leistung als 75% , deshalb ist die Wahrscheinlichkeit: $\frac{4}{8} = 0{,}5$ (50%) .	2 Punkte	*Ohne Erklärung ist für die richtige Antwort nur 1 Punkt zu geben..*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

14. c)

Der Medianwert der Ergebnisse der I. Aufgabe ist: 31,5 (gerundet 32),	1 Punkt	
Das arithmetische Mittel der Ergebnisse der II. Aufgabe: 279/8 = 34,875 (gerundet 35),	1 Punkt	
Die III. Aufgabe ist 90 % von 60 Punkten: 54 Punkte.	1 Punkt	
Nach dem entsprechenden Runden und die Gesamtpunktzahl zusammengerechnet $32 + 35 + 54 = 121$ Punkte,	1 Punkt	
Das würde einen 4. Platz bedeuten.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	*Beim Vergessen, oder einem falschen Runden ist ein Punkt von den 5 Punkte abzuziehen.*

15. a)

Die untere Tabelle enthält die einzelnen Daten der Parzellen:

	Anzahl der Reihen	Anzahl der Bäume in einer Reihe	Insgesamt	
Tanne	x	y	$x \cdot y$	
Eiche	$x-4$	$y-5$	$(x-4)\cdot(y-5)$	$x \cdot y - 360$
Platane	$x+3$	$y+2$	$(x+3)\cdot(y+2)$	$x \cdot y + 228$

Das Text wird richtig verstanden	3 Punkte*	*1) In der „Insgesamt" Spalte reicht die eine Version. 2) Die 3 Punkte sind sowohl nach der Logik der Spalten, als auch nach den Reihen weiter zerlegbar. 3) Wenn die Unbekanten in einem anderen klaren Form gegeben werden, dann sind je 1-1 Punkte zu geben.*
Die Anzahl der Eichen und Platanen werden auf zwei verschiedene Arten aufgeschrieben, so wird das folgende Gleichungssystem erhalten: $(x-4)\cdot(y-5) = x \cdot y - 360$	1 Punkt*	
$(x+3)\cdot(y+2) = x \cdot y + 228$	1 Punkt*	
Nach dem Ordnen: $\left.\begin{array}{l} 5x+4y=380 \\ 2x+3y=222 \end{array}\right\}$	2 Punkte	
Daraus $x = 36$ und $y = 50$.	2 Punkte	
In der Parzelle der Tannen sind 36 Reihen, und 50 Tannen stehen in einer Reihe.	1 Punkt	
Insgesamt:	**10 Punkte**	

** Wenn der Kandidat nicht eindeutig bestimmt, welche Unbekannten wofür stehen, dann sind aus dem 3+1+1 = 5 Punkte höchstens 4 Punkte zu geben.*

15. b)

In der Parzelle der Platane sind 39 Zeilen und 52 Bäume stehen in einer Reihe.	1 Punkt	
2028 Platane gibt es insgesamt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

II/B

16. a)

Es geht um eine arithmetische Reihe: $a_1 = 220$; $d = 10$. $a_{11} = a_1 + 10 \cdot d =$	2 Punkte	*Falls dieser Gedanke bei den späteren Berechnungen klar wird, dann sind diese 2 Punkte zu geben.*
$= 220 + 10 \cdot 10 = 320$. Eine 320 m lange Strecke wird am 11. Arbeitstag asphaltiert.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	*Die Antwort kann auch mit einer anderen Begründung akzeptiert werden.*

16. b)

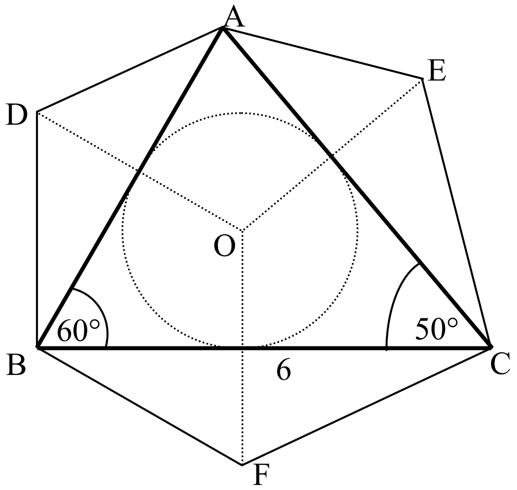
$S_n \geq 7100$; $n = ?$, wobei n ein positiver ganzer Zahl ist.	1 Punkt	*Falls diese Gedanke bei den späteren Berechnungen klar wird, dann ist dieser Punkte zu geben.*
$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$ $7100 = \frac{2 \cdot 220 + (n-1) \cdot 10}{2} \cdot n$	2 Punkte	*Für die Formel von S_n ohne Einsetzen ist kein Punkt zu geben.*
$1420 = (44 + n - 1) \cdot n$ $n^2 + 43n - 1420 = 0$	2 Punkte	
Es gibt nur eine positive Lösung ($n \approx 21{,}88$),	1 Punkt	
aber das ist keine ganze Zahl.	1 Punkt	
Sie sind mit der Asphaltierung an dem 22. Arbeitstag fertig.	1 Punkt	
Insgesamt:	**8 Punkte**	*Wenn die Einheiten nicht umgewandelt werden, dann sind maximal 5 Punkte zu geben.*

16. c)

$S_{21} = \frac{2 \cdot 220 + (21-1) \cdot 10}{2} \cdot 21$	1 Punkt	
$S_{21} = 6720$	1 Punkt	
Am letzten Arbeitstag wird 7100 – 6720 = 380 m lange Strecke asphaltiert.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

16. d)

Bei linearer Proportionalität sollte man 440 m an dem 21. Tag asphaltieren.	1 Punkt	
$a_{21} = 220 + 20 \cdot 10 = 420$.	1 Punkt	
Also ist die lineare Proportionalität nicht erfüllt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

17. a)		
		
Der dritte Winkel des Dreiecks ist $BAC\angle = 70^{\circ}$.	1 Punkt	
Der Inkreismittelpunkt O ist der Schnittpunkt der inneren Winkelhalbierenden.	1 Punkt*	
Also bei der Spiegelung wird das Doppelte der Hälfte der Innenwinkel zu den ursprünglichen Innenwinkeln addiert,	1 Punkt*	
Also sind die Winkeln von dem erhaltenen Sechseck : $DAE\angle = 140^{\circ}$; $ECF\angle = 100^{\circ}$; $FBD\angle = 120^{\circ}$.	1 Punkt	
Die von den Winkelhalbierenden eingeschlossenen Winkel im Dreieck ABC (bei dem Mittelpunkt O) stimmen wegen der Spiegelung mit den Innenwinkeln des Sechsecks bei der Eckpunkte D, E und F überein:	1 Punkt*	
$BDA\angle = 115^{\circ}$; $AEC\angle = 120^{\circ}$; $CFB\angle = 125^{\circ}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

17. b)		
Wegen der Spiegelung $BO = BD = BF$. Es reicht also, wenn $x=BO$ also die Länge der inneren Winkelhalbierende berechnet wird.	2 Punkte*	
Im Dreieck BOC nach dem Sinussatz: $\frac{x}{6} = \frac{\sin 25°}{\sin 125°}$,	2 Punkte	
daraus folgt $x \approx 3{,}1$ cm. Also sind beide gesuchten Seiten im Sechseck 3,1 cm.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

17. c)		
Wegen der Spiegelung ist der Flächeninhalt des Sechsecks genau das Doppelte der Flächeninhalt des Dreiecks.	1 Punkt*	
Ein Sinussatz mit der Seite $AB = c$: $\frac{c}{6} = \frac{\sin 50°}{\sin 70°}$,	1 Punkt	
daraus folgt $c \approx 4{,}9$ (cm).	1 Punkt	
Das Flächeninhalt des Dreiecks: $\frac{6\,c \sin 60°}{2} \approx 12{,}7\ (cm^2)$.	2 Punkte	
Das Flächeninhalt des Sechsecks: $2 \cdot 12{,}7 = 25{,}4$ (cm^2)	1 Punkt	*Der Antwort 25,5 cm^2 soll auch akzeptiert werden (Reihenfolge des Runden).*
Insgesamt:	**6 Punkte**	

*1) Die mit * markierte Punkte sind auch dann zu geben, wenn die Gedanken auf einer gut strukturierten Abbildung erscheinen oder nur von den Berechnungen klar werden.*
2) Für das falsche Runden soll insgesamt 1 Punkt von den 17 Punkten abgezogen werden.

18. a)		
Nach Einsetzen in die Formel von $É$ für den gegebenen Wert $G = 1090$: $É_{2005} = 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-1090}{6090}}$	2 Punkte	
$É_{2005} \approx 75{,}5 - 5 \cdot 10^{0{,}8062}$	1 Punkt	
Daraus ergibt sich der erwartete Lebenslänge 43,5 Jahren im Jahr 2005.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	*Für die richtige Verwendung der Formel und für die richtige Antwort sind die 4 Punkte zu geben.*

18. b)		
$3 \cdot 1090 = 3270$ gibt den neuen Wert von G.	1 Punkt	
Nach dem Einsetzen im Formel von $É$ $É_{2020} = 75{,}5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-3270}{6090}} \approx 75{,}5 - 5 \cdot 10^{0{,}4483} \approx 61{,}5$	3 Punkte	
Daraus folgt die Veränderung der erwartete Lebenslänge: $É_{2020} - É_{2005} = 61{,}5 - 43{,}5 = 18$ (Jahre)	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

18. c)		
Nach Einsetzen in die Formel von $\acute{E}$ den Wert von $\acute{E}=68$: $\acute{E}_{2005}=68=75{,}5-5\cdot 10^{\frac{6000-G}{6090}}$	1 Punkt	
Nach Ordnen ergibt sich: $10^{\frac{6000-G}{6090}}=1{,}5$.	2 Punkte	
(Mit Logarithmus gerechnet:) $\frac{6000-G}{6090}=\lg 1{,}5\approx 0{,}17609$	3 Punkte	
Nach dem Ordnen erhalten wir, dass das GDP im Jahr 2005 $G=4928$ Dollar war.	2 Punkte	
Insgesamt:	**8 Punkte**	
Wenn während die Lösung der Aufgabe konsequent richtig gerundet wird, dann kann maximaler Punktzahl gegeben werden.		