

**ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2006. október 25.**

**MATEMATIKA  
SPANYOL NYELVEN  
MATEMÁTICAS**

**KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI  
ÉRETTSÉGI VIZSGA  
EXAMEN ESCRITO  
DE BACHILLERATO  
DE NIVEL MEDIO**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI  
ÚTMUTATÓ  
GUÍA DE CORRECCIÓN  
Y EVALUACIÓN**

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS  
MINISZTERIUM  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN  
Y CULTURA**

---

---

## Información importante

### Cuestiones formales para la corrección del examen:

1. El profesor tiene que corregir el examen con un **bolígrafo de diferente color** al utilizado por el alumno. El profesor indicará los errores, los pasos que faltan, etc, tal y como esté acostumbrado.
2. En los recuadros grises de puntuación, el primero indica la máxima puntuación que se puede dar y el **recuadro** de al lado recoge los **puntos** que ha dado el profesor.
3. **Si no hay errores en la resolución**, es suficiente escribir los puntos máximos en el recuadro correspondiente.
4. Si hay errores o faltan pasos, indique, por favor, **los puntos correspondientes a cada parte**.
5. El profesor que corrige no podrá evaluar todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo.

### Cuestiones de contenido:

1. En algunos ejercicios, les hemos ofrecido la puntuación correspondiente a varias soluciones. Si usted encuentra **otra solución**, busque, por favor, las partes equivalentes de las soluciones que muestra la guía y reparta los puntos según dichas partes.
2. **Se pueden dividir** los puntos que la guía recomienda para indicar distintos pasos de una parte. Pero, en cualquier caso, los puntos que se den siempre serán enteros.
3. Si el desarrollo de la resolución y los resultados finales son correctos, se puede dar la puntuación máxima incluso si **las explicaciones no son tan amplias** como las que aparecen en la guía.
4. Si en una parte de la resolución, el estudiante comete **un error de cálculo** o de precisión, no recibirá los puntos correspondientes a esta parte. Si al arrastrar este error, el resto de los pasos realizados son correctos y no cambia el sentido del problema, entonces se puntuarán el resto de los pasos.
5. En caso de **un error de aplicación teórica**, dentro de un razonamiento en la resolución (los razonamientos distintos aparecen separados con una línea doble en la guía), no se pueden dar puntos ni siquiera por los pasos matemáticamente correctos hechos tras cometer el error. Pero si en el siguiente razonamiento, se sigue trabajando bien, a pesar del resultado incorrecto causado por dicho error, se darán los puntos máximos para las siguientes partes de la resolución del problema, si no ha cambiado el sentido del mismo.
6. Si en la guía, **algún comentario** o **una unidad de medida** está entre paréntesis, la solución será correcta aunque no se escriba.
7. Si se escriben varios procedimientos para resolver un ejercicio, **sólo se puntuará uno de ellos, el que el alumno examinado haya indicado como válido**.
8. **No se pueden dar puntos extra** que excedan los puntos máximos que se pueden dar para el problema o una parte de él.
9. **No se restan puntos** si aparecen errores en algún paso o en partes de la resolución que el alumno no utiliza después para resolver el ejercicio.
10. **De los tres ejercicios propuestos en la parte II./B del examen sólo se pueden puntuar dos**. Probablemente el estudiante habrá indicado el número del ejercicio eliminado, el que no puntuará, en el cuadrado correspondiente. Si el alumno hubiera resuelto este ejercicio no habría que corregirlo. Si no queda claro cuál es el ejercicio que el alumno examinado no desea que se le corrija, entonces automáticamente, según el orden en que aparecen los ejercicios, no se corregirá el último.

**I.**

<b>1.</b>		
$H = \{16; 25; 36; 49; 64; 81\}$	2 puntos	<i>No se podrán dar puntos en caso de que haya más de un error. En caso de un error o ausencia de alguno, se dará 1 punto.</i>
<b>Total:</b>		<b>2 puntos</b>
<b>2.</b>		
El punto de corte: $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$	2 puntos	<i>En caso de que la solución se presente como <math>x = 0; y = -2/3</math> también recibirá los 2 puntos. Si en la respuesta no aparecen las dos coordenadas, se dará 1 punto como máximo.</i>
<b>Total:</b>		<b>2 puntos</b>
<b>3.</b>		
El número de partidos jugados: 30.	3 puntos	<i>Si utiliza un modelo de agrupación incorrecto y por eso la respuesta es 15 ó 60, o si utiliza un buen modelo pero comete algún error en el cálculo final, entonces puede recibir 1 punto.</i>
<b>Total:</b>		<b>3 puntos</b>
<b>4.</b>		
Ejemplo: $-2; -1; 0; 1; 7$ (verifican los valores de ambas medias).	4 puntos	<i>Si los cinco datos sólo cumplen una de las condiciones, recibe 2 puntos. Si se satisfacen las dos condiciones, pero utilizando una serie de cinco datos distinta para cada una, entonces se podrán dar 3 puntos.</i>
<b>Total:</b>		<b>4 puntos</b>

<b>5.</b>		
La longitud del arco: $\frac{3\pi}{2}$ .	2 puntos	<i>También se puede aceptar la respuesta dada con un valor aproximado (4,712), si, por lo menos, se calcula con la exactitud de una décima.</i>
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	<i>Si expresa la longitud del arco en función del radio, se puede dar 1 punto.</i>

<b>6.</b>		
Los números buscados: 570; 750; 705.	2 puntos	<i>No se podrán dar puntos en caso de más de un error. En caso de un error o ausencia de alguno se podrá dar 1 punto.</i>
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	

<b>7.</b>		
La longitud de la diagonal del cuerpo: $\sqrt{2a^2 + b^2}$ .	3 puntos	<i>Si responde con la longitud de la diagonal elevada al cuadrado, recibe 1 punto.</i>
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	

<b>8.</b>		
La probabilidad del suceso B: $\frac{1}{2}$ .	2 puntos	<i>También se puede aceptar como solución el 50%. No se pueden dividir los 2 puntos.</i>
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	

<b>9.</b>		
El cardinal del conjunto $A \cap B$ : 27.	2 puntos	<i>Si no responde con el número correcto, pero hace correctamente un dibujo de los conjuntos, recibe 1 punto.</i>
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	

<b>10.</b>		
Los vectores correspondientes a las diagonales son perpendiculares, por eso	1 punto	<i>Si expresa este razonamiento de cualquier otra forma, recibe este punto.</i>
su producto escalar vale 0.	2 puntos	
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	<i>Si el valor del producto escalar buscado se da como <math>12 \cdot 20 \cdot \cos \varphi</math> y no sigue con los cálculos, puede recibir 1 punto.</i>

<b>11.</b>		
El valor lógico de $B$ : FALSO	1 punto	
La proposición $C$ : Si un cuadrilátero es rectángulo, entonces dos de sus ángulos opuestos son rectos.	1 punto	<i>No es absolutamente necesario formular la proposición <math>C</math> utilizando la forma de "si...,entonces...".</i>
El valor lógico de $C$ : VERDADERO	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	

<b>12.</b>		
$\binom{7}{3} =$	1 punto	<i>También recibe el punto si sólo escribe el resultado final correcto.</i>
=35 maneras distintas para elegir.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	<i>Si en las agrupaciones considera que influye el orden (responde con <math>7 \cdot 6 \cdot 5 = 210</math>), puede recibir 1 punto.</i>

## II/A

<b>13. a)</b>		
Por la gráfica correcta.	2 puntos	<i>Si no tiene en cuenta el intervalo de definición, se puede dar 1 punto. Si no se representa la parábola entera, pero se puede apreciar que los valores de su imagen están bien asignados o hace alusión a la continuidad de sus ramas, entonces recibirá los dos puntos.</i>
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	

<b>13. b)</b>		
El lugar donde alcanza el mínimo: $x = 1,5$	1 punto	
El valor del mínimo: 0,75	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>2 puntos</b>	

<b>13. c)</b>		
Elevamos los dos miembros de la ecuación al cuadrado: $x^2 - 3x + 3 = 1 - 4x + 4x^2$	2 puntos	<i>No se pueden dividir los 2 puntos.</i>
Después de reducir términos semejantes y ordenarlos, obtenemos la ecuación: $3x^2 - x - 2 = 0$	1 punto	
Las soluciones de la ecuación anterior: $x_1 = 1$ ó $x_2 = -\frac{2}{3}$ .	2 puntos	
$x = 1$ no es solución.	1 punto	<i>Se puede deducir de la sustitución en la ecuación o del estudio del rango (imagen) de la ecuación.</i>
En el caso de $x = -\frac{2}{3}$ al sustituir en ambos miembros se obtiene como resultado $\frac{7}{3}$ , por tanto es la solución real válida.	2 puntos	<i>En el caso de <math>x = -\frac{2}{3}</math> también puede ocurrir que se utilicen números decimales aproximados en la sustitución, también se puede comprobar la solución examinando el dominio y el rango de la ecuación.</i>
<b>Total:</b>	<b>8 puntos</b>	

<b>14. a)</b>						
número del participante	I.	II.	III.	suma total de las puntuaciones	resultado final en porcentaje	
1.	28	16	40	84	56	
2.	31	35	44	110	73	
3.	32	28	56	116	77	
4.	40	42	49	131	87	
5.	35	48	52	135	90	
6.	12	30	28	70	47	
7.	29	32	45	106	71	
8.	40	48	41	129	86	
Por completar correctamente la primera columna				2 puntos	<i>Si entre los datos de alguna de las dos columnas aparecen más de dos errores, en lugar de los 2 puntos recibirá 0 puntos. En caso de uno o dos errores se puede dar 1 punto.</i>	
Por completar correctamente la segunda columna				2 puntos		
Posición 1ª: participante con el número 5; Posición 2ª: participante con el número 4; Posición 3ª: participante con el número 8.				1 punto		
<b>Total:</b>				<b>5 puntos</b>		

<b>14. b)</b>		
Como de entre los 8 exámenes hubo 4 que obtuvieron un resultado mayor que un 75%, la probabilidad buscada: $\frac{4}{8} = 0,5$ (50%).	2 puntos	<i>Para la respuesta correcta con explicación escueta, 1 punto.</i>
<b>Total:</b>		<b>2 puntos</b>

<b>14. c)</b>		
La mediana de las puntuaciones conseguidas en el ejercicio I.: 31,5 (que aproximada es 32),	1 punto	
la media aritmética de las puntuaciones en el ejercicio II.: $279/8 = 34,875$ (que redondeada es 35),	1 punto	
en el ejercicio III., 90% de 60 puntos: 54 puntos.	1 punto	
Finalmente, tomando las aproximaciones correspondientes y sumando, obtenemos $32 + 35 + 54 = 121$ puntos,	1 punto	
que habría correspondido a la posición 4ª.	1 punto	
<b>Total:</b>		<b>5 puntos</b>
<i>Por la omisión de las aproximaciones (o por algún error en ellas), se restará 1 punto de los 5 puntos.</i>		

**15. a)**

La tabla que se muestra a continuación contiene los datos correspondientes a las tres parcelas:

	n° de filas	n° de árboles en cada fila	n° total de árboles	
pinos	$x$	$y$	$x \cdot y$	
roble	$x - 4$	$y - 5$	$(x - 4) \cdot (y - 5)$	$x \cdot y - 360$
plátanos	$x + 3$	$y + 2$	$(x + 3) \cdot (y + 2)$	$x \cdot y + 228$

Por la interpretación correcta del texto

3 puntos\*

1) En la columna "n° total de árboles" es suficiente considerar una de las dos versiones.  
 2) Los 3 puntos correspondientes a la tabla se pueden dividir para el desarrollo lógico de sus filas o columnas.  
 3) Por la interpretación de cada incógnita de otra manera, que se entienda con claridad, recibe 1 punto.

El número total de robles y plátanos se puede escribir de dos maneras y así obtenemos las siguientes ecuaciones:

$$(x - 4) \cdot (y - 5) = x \cdot y - 360$$

$$(x + 3) \cdot (y + 2) = x \cdot y + 228$$

1 punto\*

1 punto\*

Después de reducir los términos semejantes y ordenar:

$$\left. \begin{array}{l} 5x + 4y = 380 \\ 2x + 3y = 222 \end{array} \right\}$$

2 puntos

De donde  $x = 36$  e  $y = 50$ .

2 puntos

Así en la parcela de los pinos hay 36 filas y cada fila cuenta con 50 unidades de pinos.

1 punto

**Total: 10 puntos**

\* Si antes de escribir las ecuaciones, el alumno examinado no indica claramente el significado de las incógnitas introducidas, en lugar de los  $3+1+1 = 5$  puntos recibirá, como máximo, 4 puntos.

**15. b)**

En la parcela de los plátanos hay 39 filas y 52 árboles en cada fila.

1 punto

Por lo tanto hay 2028 plátanos.

1 punto

**Total: 2 puntos**



## II/B

<b>16. a)</b>		
Se trata de una progresión aritmética: $a_1 = 220$ ; $d = 10$ . $a_{11} = a_1 + 10 \cdot d =$	2 puntos	<i>Si la explicación aparece en cálculos posteriores, entonces se dan los 2 puntos.</i>
$= 220 + 10 \cdot 10 = 320$ . 320 metros que asfaltaron el 11° día.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	<i>También se puede aceptar la respuesta si se explica con otros razonamientos correctos.</i>

<b>16. b)</b>		
$S_n \geq 7100$ ; $n = ?$ , donde $n$ es un $n^\circ$ entero positivo.	1 punto	<i>Si esta explicación aparece posteriormente, entonces recibirá el punto.</i>
$S_n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n$ $7100 = \frac{2 \cdot 220 + (n-1) \cdot 10}{2} \cdot n$	2 puntos	<i>Si escribe solamente la fórmula de <math>S_n</math> no recibirá puntos.</i>
$1420 = (44 + n - 1) \cdot n$ $n^2 + 43n - 1420 = 0$	2 puntos	
Hay solamente una solución positiva ( $n \approx 21,88$ ),	1 punto	
pero no es entera.	1 punto	
Así terminaron el trabajo el día 22.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>8 puntos</b>	<i>Si no se aplica el cambio de unidad de medida en la resolución, se puede dar, como máximo, 5 puntos.</i>

<b>16. c)</b>		
$S_{21} = \frac{2 \cdot 220 + (21-1) \cdot 10}{2} \cdot 21$	1 punto	
$S_{21} = 6720$	1 punto	
El último día asfaltaron $7100 - 6720 = 380$ metros de carretera.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	

<b>16. d)</b>		
En caso de existir proporción directa, tendrían que haber asfaltado 440 metros el día 21.	1 punto	
$a_{21} = 220 + 20 \cdot 10 = 420$ .	1 punto	
No se verifica la proporcionalidad directa.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>3 puntos</b>	

<b>17. a)</b>		
El tercer ángulo del triángulo $BAC \angle = 70^\circ$ .	1 punto*	
El incentro $O$ es el punto de corte de las bisectrices del triángulo.	1 punto*	
Debido a la simetría, en los vértices del triángulo original, las mitades de los ángulos interiores se duplican y se suman al ángulo original,	1 punto*	
formando los ángulos del hexágono: $DAE \angle = 140^\circ$ ; $ECF \angle = 100^\circ$ ; $FBD \angle = 120^\circ$ .	1 punto	
Las bisectrices del triángulo $ABC$ (que se cortan en el centro $O$ ) forman ángulos que, por la simetría, coinciden con los ángulos formados en los vértices $D, E$ y $F$ del hexágono:	1 punto*	
$BDA \angle = 115^\circ$ ; $AEC \angle = 120^\circ$ ; $CFB \angle = 125^\circ$ .	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>6 puntos</b>	

<b>17. b)</b>		
Por la simetría $BO = BD = BF$ . Por lo tanto es suficiente calcular el segmento correspondiente a la bisectriz interior $x=BO$ .	2 puntos*	
Aplicando el teorema del seno en el triángulo $BOC$ : $\frac{x}{6} = \frac{\text{sen } 25^\circ}{\text{sen } 125^\circ}$ ,	2 puntos	
de donde $x \approx 3,1$ cm, la longitud de los lados buscados del hexágono es 3,1 cm para cada uno de ellos.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>5 puntos</b>	

<b>17. c)</b>		
Debido a la simetría, el área del hexágono es el doble del área del triángulo.	1 punto*	
Para el lado $AB = c$ del triángulo: $\frac{c}{6} = \frac{\text{sen } 50^\circ}{\text{sen } 70^\circ}$ ,	1 punto	
de donde $c \approx 4,9$ (cm).	1 punto	
El área del triángulo: $\frac{6c \text{ sen } 60^\circ}{2} \approx 12,7$ ( $\text{cm}^2$ ).	2 puntos	
El área del hexágono: $2 \cdot 12,7 = 25,4$ ( $\text{cm}^2$ )	1 punto	<i>También se acepta como respuesta <math>25,5 \text{ cm}^2</math> (por el orden en que haya aplicado las aproximaciones).</i>
<b>Total:</b>	<b>6 puntos</b>	

- 1) Los puntos marcados con un \* también se dan si las correspondientes explicaciones se reflejan claramente en el dibujo o se deducen del desarrollo de los cálculos.  
2) Por errores en las aproximaciones se restará, en total, 1 punto de los 17 puntos.

<b>18. a)</b>		
Se sustituye en la fórmula de $\dot{E}$ el valor dado para $G = 1090$ :	2 puntos	
$\dot{E}_{2005} = 75,5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-1090}{6090}}$		
$\dot{E}_{2005} \approx 75,5 - 5 \cdot 10^{0,8062}$	1 punto	
De ahí que la esperanza de vida en 2005 fue de 43,5 años.	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>4 puntos</b>	<i>En caso de utilizar correctamente la fórmula y dar una buena respuesta, recibe los 4 puntos.</i>

<b>18. b)</b>		
$3 \cdot 1090 = 3270$ es el nuevo valor para $G$ .	1 punto	
Sustituyéndolo en la fórmula de $\dot{E}$	3 puntos	
$\dot{E}_{2020} = 75,5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-3270}{6090}} \approx 75,5 - 5 \cdot 10^{0,4483} \approx 61,5$ .		
De ahí que el cambio en las esperanzas de vida sería: $\dot{E}_{2020} - \dot{E}_{2005} = 61,5 - 43,5 = 18$ (años)	1 punto	
<b>Total:</b>	<b>5 puntos</b>	

<b>18. c)</b>		
Sustituyendo en la fórmula de $\dot{E}$ el valor de $\dot{E} = 68$ : $\dot{E}_{2005} = 68 = 75,5 - 5 \cdot 10^{\frac{6000-G}{6090}}$	1 punto	
Tras la agrupación de términos y ordenación, obtenemos que $10^{\frac{6000-G}{6090}} = 1,5 .$	2 puntos	
(Calculando con el logaritmo:) $\frac{6000-G}{6090} = \lg 1,5 \approx 0,17609$	3 puntos	
De donde despejando el valor de $G$ , obtenemos que el PIB en el año 2005 fue 4928 dólares.	2 puntos	
<b>Total:</b>	<b>8 puntos</b>	
<i>En caso de que, a lo largo de la solución, se hayan utilizado consecuentemente y correctamente otras aproximaciones, se podrá dar la puntuación máxima.</i>		