

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.

**MATEMATIKA
SPANYOL NYELVEN
MATEMÁTICAS**

**KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI
ÉRETTSÉGI VIZSGA
EXAMEN ESCRITO
DE BACHILLERATO
DE NIVEL MEDIO**

**JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ
GUÍA DE CORRECCIÓN
Y EVALUACIÓN**

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Y CULTURA**

Información importante

Cuestiones formales para la corrección del examen:

1. El profesor tiene que corregir el examen con un **bolígrafo de diferente color** al utilizado por el alumno. El profesor indicará los errores, los pasos que faltan, etc, tal y como esté acostumbrado.
2. En los recuadros grises de puntuación, el primero indica la máxima puntuación que se puede dar y el **recuadro** de al lado recoge los **puntos** que ha dado el profesor.
3. **Si no hay errores en la resolución**, es suficiente escribir los puntos máximos en el recuadro correspondiente.
4. Si hay errores o faltan pasos, indique, por favor, **los puntos correspondientes a cada parte**.
5. El profesor que corrige no podrá evaluar todo lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo.

Cuestiones de contenido:

1. En algunos ejercicios, les hemos ofrecido la puntuación correspondiente a varias resoluciones. Si usted encuentra **otra resolución**, busque, por favor, las partes equivalentes de las resoluciones que propone la guía y reparta los puntos según dichas partes.
2. **Se pueden dividir** los puntos que la guía recomienda para indicar distintos pasos de una parte. Pero, en cualquier caso, los puntos que se den siempre serán enteros.
3. Si el desarrollo de la resolución y los resultados finales son correctos, se puede dar la puntuación máxima incluso si **las explicaciones no son tan amplias** como las que aparecen en la guía.
4. Si en una parte de la resolución, el estudiante comete **un error de cálculo** o de precisión, no recibirá los puntos correspondientes a esta parte. Si al arrastrar este error, el resto de los pasos realizados son correctos y no cambia el sentido del problema, entonces se puntuarán el resto de los pasos.
5. En caso de **un error de aplicación teórica**, dentro de un razonamiento en la resolución (los razonamientos distintos aparecen separados con una línea doble en la guía), no se pueden dar puntos ni siquiera por los pasos matemáticamente correctos hechos tras cometer el error. Pero si en el siguiente razonamiento, se sigue trabajando bien, a pesar del resultado incorrecto causado por dicho error, se darán los puntos máximos para las siguientes partes de la resolución del problema, si no ha cambiado el sentido del mismo.
6. Si en la guía, **algún comentario** o **una unidad de medida** está entre paréntesis, la solución será correcta aunque no se escriba.
7. Si se escriben varios procedimientos para resolver un ejercicio, **sólo se puntuará uno de ellos, el que el alumno examinado haya indicado como válido**.
8. **No se pueden dar puntos extra** que excedan los puntos máximos que se pueden dar para el ejercicio o una parte de él.
9. **No se restan puntos** si aparecen errores en algún paso o en partes de la resolución que el alumno no utiliza después para resolver el ejercicio.
10. **De los tres ejercicios propuestos en la parte II./B del examen sólo se pueden puntuar dos**. Probablemente el estudiante habrá indicado el número del ejercicio eliminado, el que no se puntuará, en el cuadrado correspondiente. Si el alumno hubiera resuelto este ejercicio no habría que corregirlo. Si no queda claro cuál es el ejercicio que el alumno examinado no desea que se le corrija, entonces automáticamente, según el orden en que aparecen los ejercicios, no se corregirá el último.

I.

1.		
$\frac{223650}{210000} = 1,065$	1 punto	
Interés anual: 6,5 %	1 punto	
Total:	2 puntos	

2.		
$\overrightarrow{AC} = \underline{a} + \underline{b}$	1 punto	
$\overrightarrow{BD} = \underline{b} - \underline{a}$	1 punto	
Total:	2 puntos	

3.		
De la fórmula de resolución de las ecuaciones de segundo grado se obtienen las raíces: $x_1 = 7$ y $x_2 = -5$.	2 puntos	
Comprobación	1 punto	
Total:	3 puntos	

4.		
Una hora $\leftrightarrow 30^\circ$, así el ángulo que forman : 150° .	2 puntos	
Total:	2 puntos	

5.		
a) Verdadera.	1 punto	
b) No se puede decidir.	1 punto	
Total:	2 puntos	

6.		
Representación.	2 puntos	<i>Por cualquier método aplicado para representar la gráfica correctamente se obtienen 2 puntos. Si determina que el dominio de la función es $x \geq 0$ pero no hace la representación: 1 punto.</i>
$x = 1$	1 punto	
Total:	3 puntos	

7.		
60°	1 punto	<i>Si escribes otros ángulos (utilizando correctamente el periodo), entonces sólo se puede dar 1 punto.</i>
240°	1 punto	
Total:		2 puntos

8.		
Representación del grafo.	1 punto	
Número de vértices: 8.	1 punto	
Número de aristas: 7.	1 punto	
Total:		3 puntos

9.		
$z = 4^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{4}} = 0,5$	2 puntos	<i>Si sólo escribes pasos intermedios recibirá 1 punto; si llega al resultado final correcto aun cuando no aparezcan las partes intermedias entonces recibirá 2 puntos.</i>
Número marcado en la recta real.	1 punto	
Total:		3 puntos

10.		
Casos posibles: 6 números.	1 punto	
Casos favorables: 2 números (3; 6).	1 punto	
Probabilidad $2/6 = 1/3$.	1 punto	
Total:		3 puntos

11.		
Moda: 24°.	1 punto	
Mediana: 23°.	1 punto	
Total:	2 puntos	

12.		
$V = r^2 \cdot \pi \cdot m = 11^2 \cdot \pi \cdot 25 \text{ cm}^3 = 9,5 \text{ litros}$	3 puntos	<i>Se dará 1 punto por la fórmula, 1 punto por la sustitución y 1 punto por la aproximación.</i>
Total:	3 puntos	

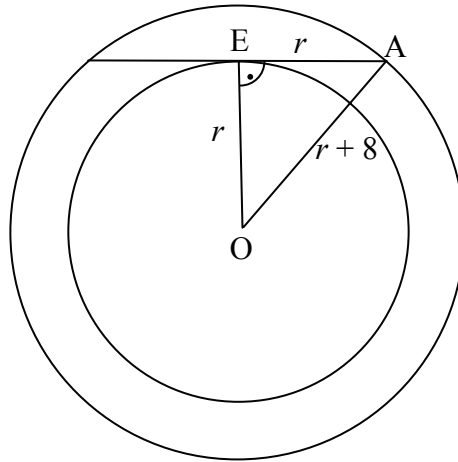
II/A

13. a)		
Por el dominio de la expresión: $x \neq 2$, o por la comprobación.	1 punto	
$7 = -7 + 3,5x$	1 punto	
$x = 4$, que es un número entero.	1 punto	
Total:	3 puntos	

13. b)		
La fracción será positiva si $2 - x > 0$,	1 punto	
de donde $x < 2$, y x es un número entero.	2 puntos	
Total:	3 puntos	<i>Si hace el desarrollo sin estudiar el signo de $(2 - x)$: 0 puntos.</i>

13. c)		
El denominador tiene que ser divisible por 7,	2 puntos	<i>También se contarán estos puntos si la explicación se deduce del desarrollo de la solución.</i>
por lo tanto $2 - x = 1$ ó 7	1 punto	
también $2 - x = -1$ ó -7 ,	1 punto	
de donde x puede valer: -5 ; 9 ; 1 ; 3 .	2 puntos	
Total:	6 puntos	<i>Si sólo hace el cálculo con los números positivos, como máximo recibirá 4 puntos.</i>

14. a)



Por la representación.
(La cuerda es perpendicular al radio que une el centro con el punto tangencia y dicha cuerda se calculará por el teorema de Pitágoras).

2 puntos

Total: 2 puntos

14. b)

Sean los radios de las circunferencias: r y $R = r + 8$

1 punto

Los catetos del triángulo rectángulo OAE son r y r , y su hipotenusa R .

1 punto

Si esta explicación sólo se refleja en el dibujo y no se escribe, también se dará el punto.

Por el teorema de Pitágoras aplicado al triángulo rectángulo OAE : $(r + 8)^2 = 2r^2$.

2 puntos

$$r^2 - 16r - 64 = 0$$

2 puntos

Aplicando la fórmula de resolución:

1 punto

La raíz negativa, $8(1 - \sqrt{2})$ no será solución,

1 punto

así $r = 8(1 + \sqrt{2}) \approx 19,3$ cm, y

1 punto

$R = r + 8 = 8(2 + \sqrt{2}) \approx 27,3$ cm son los radios de las circunferencias.

1 punto

Si los resultados aparecen con las aproximaciones pero sin las unidades de medida, también se considerará correcto.

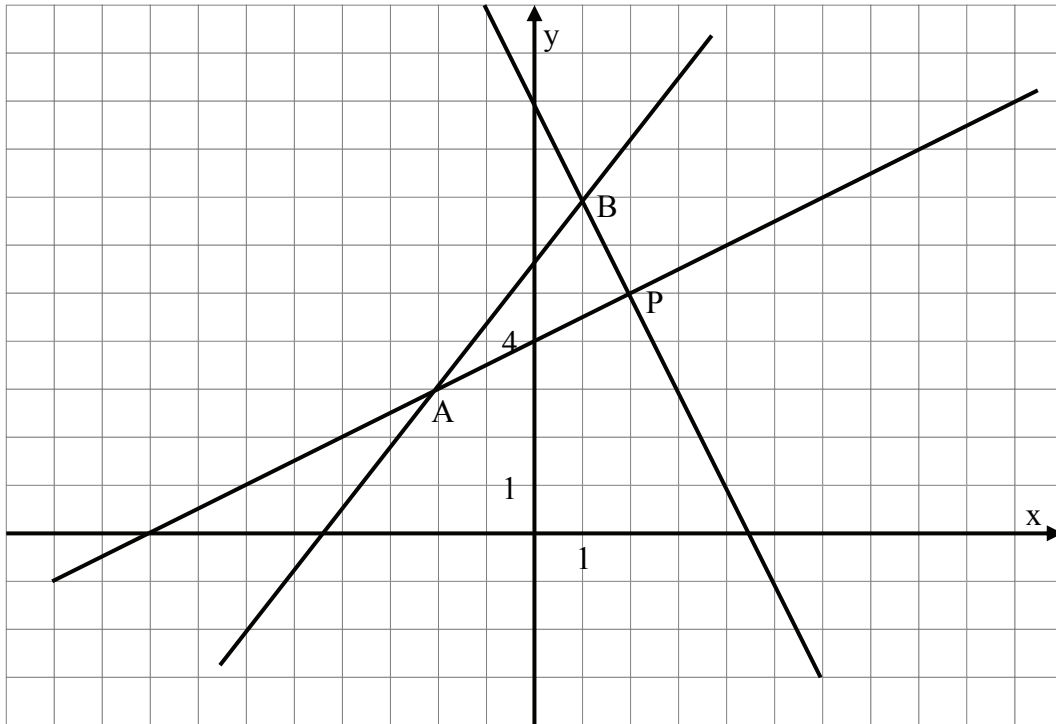
Total: 10 puntos

15. a)		
Diagramas de conjuntos.	2 puntos	<i>Sin las variables desconocidas también valdrá 2 puntos.</i>
Total:		2 puntos

15. b)		
Sea x el número de atletas que pertenecen a la intersección de los tres conjuntos y $x + y$ los que pertenecen a dos pruebas cualquiera.	2 puntos	
Se puede escribir: $x + 2y = 8$ (por los corredores de 100m lisos),	2 puntos	
$4 + y + 7 = 14$ (el total menos los de 100m lisos).	2 puntos	
De la última ecuación viene que: $y = 3$, de la primera $x = 2$,	3 puntos	
Así hay 5 atletas que pertenecen a dos conjuntos cualquiera a la vez (número de miembros en común).	1 punto	
Total:		10 puntos

II./B

16. a)



Representación.	1 punto	
$y = \frac{1}{2}x + 4$	1 punto	
Total:	2 puntos	

16. b)

El punto P está en la recta: $5 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 4$	1 punto	
pendiente de la perpendicular: -2	1 punto	
$y = -2x + 9$	2 puntos	
Total:	4 puntos	<i>La solución obtenida a partir de la gráfica valdrá como máximo 3 puntos.</i>

16. c)		
$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + 4 = y \\ 4x - 3y = -17 \end{array} \right\} \text{solución del sistema:}$ $x = -2; \quad y = 3 \quad A(-2; 3)$	2 puntos	
$\left. \begin{array}{l} -2x + 9 = y \\ 4x - 3y = -17 \end{array} \right\} \text{solución del sistema:}$ $x = 1; \quad y = 7 \quad B(1; 7)$	2 puntos	
Total:	4 puntos	

16. d)		
$PA = \sqrt{20}; \quad PB = \sqrt{5}$	2 puntos	<i>También se puede hacer el cálculo con la hipotenusa.</i>
Área del triángulo: $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}}{2} = 5$ unidades cuadradas.	2 puntos	
Total:	4 puntos	

16. e)		
El punto medio de la hipotenusa del triángulo rectángulo es el centro de la circunferencia,	1 punto	
sus coordenadas: $(-0,5; 5)$	2 puntos	
Total:	3 puntos	

17. a)		
		<p><i>Prolongación de la antena por encima de la pirámide: 1 punto, pirámide bien dibujada: 1 punto, la antena parte del punto donde se cortan las diagonales de la base: 1 punto. (Las condiciones primera y última también se puntuarán si se pueden deducir de los cálculos).</i></p>
<p>a = 10 m b = 14,5 m</p>		
Representación.	3 puntos	
Total:		3 puntos

17. b)		
<p>La „tela” colocada en una cara es un triángulo isósceles de lados a, b, b. La altura correspondiente a su base: $m_o = \sqrt{14,5^2 - 5^2} \approx 13,61$ m</p>	2 puntos	
<p>El área de todas las telas juntas $4 \cdot \frac{a \cdot m_o}{2}$, tras sustituir se obtiene ≈ 272 m².</p>	2 puntos	<i>Si no redondea los m² recibirá 1 punto.</i>
Total:		4 puntos

17. c)		
La longitud de las diagonales del cuadrado de lados a : $a\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,1$ (m)	2 puntos	
Podemos tomar el triángulo rectángulo AOE para el que AO es la mitad de la diagonal del cuadrado: $5\sqrt{2}$	2 puntos	
Por el teorema de Pitágoras aplicado a este triángulo rectángulo: $OE^2 = 14,5^2 - (5\sqrt{2})^2 \approx 160,25$ (m ²)	3 puntos	
$OE \approx 12,66$ m	1 punto	
Altura de la antena: $1,5 \cdot OE \approx 18,99$ m, aproximadamente 190 dm.	2 puntos	<i>Si no expresa la respuesta en dm o redondea de manera incorrecta, entonces sólo conseguirá 1 punto.</i>
Total:	10 puntos	

18. a)		
$8 + 11 + 14 + 17 + 20 = 70$ palabras estudiadas durante la primera semana,	1 punto	
$70 \cdot 0,8 = 56$ palabras nuevas aprendidas pasada una semana.	1 punto	
Total:	2 puntos	

18. b) **		
Obtenemos la progresión aritmética, $a_1 = 56, d = 4, n = 13$.	3 puntos	<i>Se pueden distribuir los puntos. Por el reconocimiento del tipo de progresión 1 punto, los datos que la caracterizan se pueden deducir de los pasos posteriores.</i>
Total:	3 puntos	

18. c) **		
$a_{13} = a_1 + (n - 1) \cdot d = 56 + 12 \cdot 4 = 104$ palabras nuevas aprendidas durante la semana decimotercera.	3 puntos *	<i>La fórmula 1 punto, la sustitución 1 punto y el cálculo 1 punto.</i>
Total:	3 puntos	

18. d) **		
$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{56 + 104}{2} \cdot 13 = 1040$ palabras aprendidas durante el trimestre.	3 puntos *	<i>La fórmula 1 punto, la sustitución 1 punto y el cálculo 1 punto.</i>
Total:	3 puntos	
* Si para estos dos apartados se enumeran exhaustivamente, los números de palabras que se aprende y de la suma de ellas se llega a la respuesta correcta, se obtiene la puntuación completa.		

18. e)		
De entre 70 palabras elegimos dos de $\binom{70}{2}$ maneras distintas.	2 puntos	
De entre 56 palabras aprendidas elegimos dos	2 puntos	
$\frac{\binom{56}{2}}{\binom{70}{2}} (\approx 0,638)$ será la probabilidad de que recuerde las dos.	2 puntos	<i>Por el cociente, sin calcular la fracción decimal, también se darán 2 puntos.</i>
Total:	6 puntos	

** Observación: Si el alumno interpreta el ejercicio de manera que a partir de la segunda semana estudia palabras nuevas durante seis días cada semana, entonces también se puntuarán las partes correspondientes.
 Con este razonamiento,
 no se obtiene una sucesión de números enteros para la pregunta b), pero los valores de los términos redondeados a números enteros, forman una sucesión estrictamente monótona creciente,
 la solución a la pregunta c): Durante la segunda semana estudió 99 palabras, durante la semana decimotercera $99 + 11 \cdot 6 = 165$ palabras. Por lo tanto aprendió $165 \cdot 0,8 = 132$ palabras nuevas,
 la respuesta a la pregunta d): $\left(70 + \frac{99 + 165}{2} \cdot 12\right) \cdot 0,8 \approx 1323$ palabras nuevas que aprendió durante todo el trimestre.