ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2008. október 21.

MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI
ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTÉRIUM

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

1. Die Arbeit ist **mit einem andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, zu korrigieren. Die Fehler und die fehlenden Schritte sind wie üblich zu markieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. **Bei einwandfreier Lösung** kann ohne Angabe von Teilpunkten die maximale Punktzahl eingetragen werden.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** an.
5. Außer den Abbildungen dürfen die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet werden!

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösungen** vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Offensichtlich gute Lösungswege und Endergebnisse können auch dann mit maximalen Punktzahlen bewertet werden, wenn sie **weniger ausführlich** als die beschriebene Musterlösung in der Anweisung sind.
4. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet, und dadurch das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
5. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler**, so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit (diese wird in der Anweisung mit Doppellinie markiert) auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, dadurch aber das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.
6. Wenn in der Anweisung eine **Einheit** oder eine **Bemerkung** in Klammern steht, dann kann die Lösung auch ohne diese mit voller Punktzahl bewertet werden.
7. Bei mehreren Lösungen für eine Aufgabe ist **nur die eine zu bewerten, die der Schüler markiert hat**.
8. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) sind **nicht zugelassen**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht weiterverwendet werden.
10. **Im Teil II/B sind von den 3 Aufgaben nur Lösungen von 2 Aufgaben zu bewerten.** Der Abiturient hat die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen – vermutlich – eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1.		
Die gesuchte Menge: $\{1; 2; 3; 4; 6; 8\}$.	2 Punkte	*Wenn nur ein Fehler begangen wurde, dann 1 Punkt. Wenn alle Teiler aufgezählt wurden, dann nur 1 Punkt.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

2.		
Der Flächeninhalt wächst auf das $\left(3^2 =\right)$ 9 -fache.	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

3.		
$A_1 = \{1;10\}$; $A_2 = \{1;100\}$; $A_3 = \{10;100\}$.	2 Punkte	*1. Wurden zwei richtige Teilmengen angegeben, dann 1 Punkt. 2. Bei falscher Bezeichnung sollen keine Punkte abgezogen werden!*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

4.		
Der gesuchte Vektor: $\mathbf{r} = (12; -4)$.	2 Punkte	*Bei fehlerhaftem Rechnen ist der richtige Gedankenweg 1 Punkt wert.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

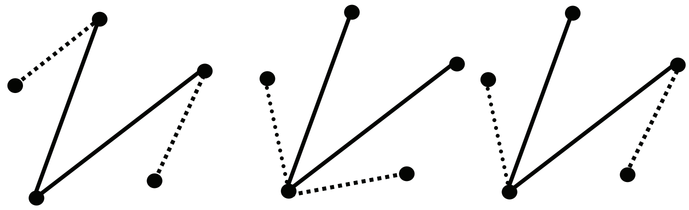
5.		
Die spitzen Winkel: 23° und 67°.	2 Punkte	*Bei falschem Runden ist 1 Punkt zu geben. Eine richtige Winkelfunktion ist 1 Punkt wert.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

6.		
Die Jahresendnote im Fall des Medians: 4;	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	*Die Punkte sind nicht weiter zu zerlegen.*

7.		
Aussage *A* falsch.	1 Punkt	
Aussage *B* richtig.	1 Punkt	
Aussage *C* richtig.	1 Punkt	
Aussage *D* falsch.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

8.		
Der Ausdruck ist nicht definiert, wenn $x = 90^\circ + n \cdot 180^\circ$, $n \in \mathbf{Z}$	3 Punkte	*Wenn man weiß, dass der Nenner nicht gleich 0 sein darf, dann ist das 1 Punkt wert. Wenn ein richtiger Wert für x angegeben wird, dann 1 Punkt. Wenn die Einheit und die Periode richtig ist, dann, 1 Punkt.*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

9.		
Die Summe der Körperlängen der 16 Schülern: (16 · 172 =) 2752 (cm).	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

10.		
Beispiele für eine richtige Lösung: 	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

11.

	JA	NEIN
$\underline{e}(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$		X
$\underline{e}(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2})$		X
$\underline{e}(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2})$	X	
$\underline{e}(\sin 30^\circ;-\cos 30^\circ)$	X	

(Tabelle oben)	4 Punkte	*Jede richtige Antwort ist 1 Punkt wert.*
Insgesamt:	**4 Punkte**	

12.

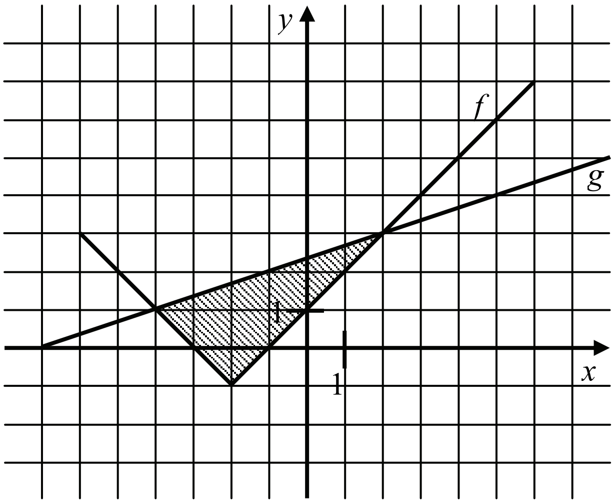
Die Anzahl mit der Note sehr gut: 30.	1 Punkt	
Die Anzahl mit der Note gut: 50.	1 Punkt	
Die Anzahl mit der Note befriedigend: 40.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

II/A

13.		
$x=\frac{600}{y}$.	1 Punkt	
$xy+5x-10y=650$.	2 Punkte	
$600+\frac{3000}{y}-10y=650$. $3000-10y^2=50y$.	1 Punkt	*Für ein richtiges Einsetzen ist 1 Punkt zu geben.*
$y^2+5y-300=0$.	2 Punkte	*Auch dann, wenn nicht gekürzt wird, sind die 2 Punkte zu geben.*
$y_1=15$; $y_2=-20$.	2 Punkte	
$x_1=40$; $x_2=-30$.	2 Punkte	
Die Probe der Lösungen.	2 Punkte	
Insgesamt:	**12 Punkte**	

14. a)		
Wenn der Graf der Funktion $f_0=\lvert x \rvert$ erst um den Vektor $(-2;0)$,	1 Punkt	*Auch dann sind die 2 Punkte zu geben, wenn die richtige Transformation mit einer Verschiebung angegeben wird.*
und dann um den Vektor $(0;-1)$ verschoben wird, erhält man den Grafen der Funktion *f*.	1 Punkt	
[Der Graf besteht aus zwei verbundenen Strecken. Der Verbindungspunkt ist: $(-2;-1)$, die weitere Endpunkte der Strecken sind: $(-6;3)$ und $(6;7)$.] Richtiges Funktionsbild.	3 Punkte	*1. Auch dann sind die 3 Punkte zu geben, wenn bei einer richtigen Darstellung keine Beschreibung steht.* *2. Wenn statt des gegebenen Intervalls in einem größeren Intervall eine richtige Darstellung durchgeführt wurde, dann soll 1 Punkt abgezogen werden.*
Insgesamt:	**5 Punkte**	

14. b)



Die Gleichung der Geraden AB: $x-3y=-7$.	3 Punkte	*Richtiger Richtungsvektor, $\overrightarrow{AB}(9\ ;\ 3)$, (Normalvektor oder Steigung) 1 Punkt, die richtige Gleichung weitere 2 Punkte.*
Der eine gemeinsame Punkt: $A(-4;1)$.	2 Punkte	*Für das Ablesen der richtigen Antwort von der Abbildung sind je 1-1 Punkte zu geben. Wenn durch Einsetzen die Werte auch überprüft wurden, dann ist die Lösung Vollwertig.*
Der andere gemeinsame Punkt: $C(2;3)$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

15. a)

Auf dem Konto von Csilla bedeutet eine jährliche Verzinsung von 8% einen 1,08-fachen Zuwachs des Grundkapitals.	1 Punkt	
Am 18. Geburtstag wird das Kapital zum 18-mal zuwachsen,	1 Punkt	
also am 18. Geburtstag von Csilla wird das Grundkapital auf $S_{Csilla}=500\ 000\cdot 1{,}08^{18}=1998009{,}75$ zugewachsen.	2 Punkte	*Es soll angenommen werden, wenn mit dem Näherungswert von $1{,}08^{18}$ gerechnet wird.*
Csilla könnte an ihren 18. Geburtstag 1 998 010 Forint bekommen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

15. b)		
Auf Csongors Konto verursacht der konstante Halbjahreszins p% einen $\left(1+\frac{p}{100}\right)^2$ - fachen Halbjahreszuwachs	1 Punkt	
18 Jahre lang.	1 Punkt	
Am 18. Geburtstag von Csongor ist auf dem Konto insgesamt $S_{Csongor}=400\,000\cdot\left(1+\frac{p}{100}\right)^{36}=2\,000\,000$ Ft.	2 Punkte	
Daher $\left(1+\frac{p}{100}\right)^{36}=5$, also $\left(1+\frac{p}{100}\right)=\sqrt[36]{5}\approx 1{,}04572$.	2 Punkte	
Die gesuchten Zinsen sind 4,57%	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

1.) Wenn der Prüfling die Anzahl der vergangenen Jahren falsch feststellt, dann sollen für diesen Fehler nur einmal 2 Punkte abgezogen werden, abgesehen davon wie oft dieses Fehler begangen wurde.
2.) Wird die Lösung ohne einen Formel berechnet (z.B. wird der Wert für jedes Jahr berechnet), dann soll sie angenommen werden. Eine volle Punktzahl soll aber nur dann gegeben werden, wenn alle berechneten Werte richtig gerundet sind und die mit den oberen Ergebnissen übereinstimmen.

II/B

16. a)

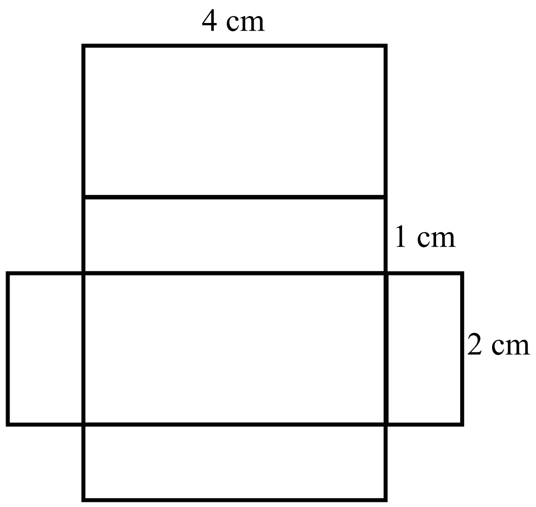
Element	Die Größen des Elements (cm)	Die Oberfläche des Elements (cm²)
Grundelement	$8\times4\times2$	112
Element A	$16\times4\times2$	208
Element B	$8\times8\times2$	192
Element C	$8\times4\times4$	160

Die Zeilen nach für jeden richtigen Flächeninhalt jeweils 1-1 Punkt — 4 Punkte

Insgesamt:	**4 Punkte**

16. b)

Die Kantenlängen des Grundelements in der Verkleinerung 1:2 sind 4 cm, 2 cm und 1 cm.



Die richtige Form des Netzes.	3 Punkte
Die richtigen Maßstäbe.	1 Punkt
Insgesamt:	**4 Punkte**

16. c)		
Das Volumen des Grundelements ist 64 cm³. Außer des Grundelements sind noch drei Elemente in verschiedenen Größen im Kasten, die haben alle das Volumen $2 \cdot 64 = 128$ (cm³).	1 Punkt	
Die Summe der Volumina der Elemente mit verschiedenen Größen ist 448 cm³.	1 Punkt	
Das Volumen der vollen Kasten ist das Zehnfache davon, also 4480 cm³.	1 Punkt	
Das Volumen der Schachtel mit der Kantenlänge 16 cm ist 4096 cm³, also die Bausteine des Spielkastens passen nicht in die Schachtel.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

16. d) erste Lösung		
Im vollen Kasten sind 40 Elemente. Das Element *B* und *C* sind quadratförmige Säulen. Die Anzahl der quadratförmigen Säulen in der Kasten ist 20.	1 Punkt	
Die Wahrscheinlichkeit, das das zuerst gewählte Element eine quadratförmige Säule ist, ist $\frac{20}{40}$, das die zweite auch quadratförmig ist, ist: $\frac{20}{40} \cdot \frac{19}{39}$,	1 Punkt	
und so weiter. (Bei jeden richtigen Auswahl wird die Anzahl der quadratförmigen Säulen und auch die der Elemente im Kasten um 1 weniger.) Damit auch das fünfte quadratförmig wird: $\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{40 \cdot 39 \cdot 38 \cdot 37 \cdot 36} (\approx 0{,}02356)$.	2 Punkte	
Die Wahrscheinlichkeit davon, dass alle fünf ausgewählten Elemente quadratförmig sind: ≈ 0,024.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

16. d) **zweite Lösung**		
Im vollen Kasten sind 40 Elemente. Die Elemente *B* und *C* sind quadratförmige Säulen. Die Anzahl der quadratförmigen Säulen im Kasten ist 20.	1 Punkt	
Von den 40 Elementen werden mit derselben Wahrscheinlichkeit Teilmengen mit fünf Elementen gewählt, so dass jedes Element aus der Teilmenge mit 20 Elementen gewählt wird.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $\frac{\binom{20}{5}}{\binom{40}{5}}$.	1 Punkt	
Der Werte davon: $\frac{\binom{20}{5}}{\binom{40}{5}} = \frac{\frac{20!}{5!\cdot 15!}}{\frac{40!}{5!\cdot 35!}} = \frac{20!\cdot 35!}{15!\cdot 40!} = \frac{20\cdot 19\cdot 18\cdot 17\cdot 16}{40\cdot 39\cdot 38\cdot 37\cdot 36}$.	1 Punkt	
Die Wahrscheinlichkeit davon, dass alle fünf ausgewählten Elemente quadratförmige Säulen sind ist: $\approx 0{,}024$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

17. a)		
Der Wert des Produktes an der linken Seite der Gleichung ist genau dann gleich 0, wenn eine seiner Faktoren 0 ist.	1 Punkt	*Wenn in der Lösung diese Gedanke erscheint, dann ist 1 Punkt zu geben.*
Wenn die erste Faktor 0 ist, dann $\log_2 x = 3$.	1 Punkt	
Daher $x_1 = 2^3 = 8$.	1 Punkt	
Wenn die zweite Faktor 0 ist, dann $\log_2 x^2 = -6$.	1 Punkt	
Daher $x^2 = 2^{-6} = \frac{1}{64}$,	1 Punkt	
wobei nur $x_2 = \frac{1}{8}$ positiv ist.	1 Punkt	*Wenn keine Bemerkung gemacht wird, dass nur die positiven Werte im Wort kommen können, dann ist statt 2 Punkte nur 1 Punkt zu geben.*
Beide Ergebnisse erfüllen die ursprüngliche Gleichung.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

17. b)		
$\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ oder $\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}$.	2 Punkte	
$x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+2n\pi$ oder $x-\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}+2n\pi$.	2 Punkte	
$x-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}+2n\pi$ oder $x-\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}+2n\pi$.	2 Punkte	
$x_1=\frac{\pi}{3}+2n\pi$; $x_2=2n\pi$; $x_3=\pi+2n\pi$; $x_4=\frac{4\pi}{3}+2n\pi$, $n\in\mathbf{Z}$.	4 Punkte	
Insgesamt:	**10 Punkte**	

18. a)		
Unter die 25 Parkplätze sind 4 „glücklich”: die 7; die 17; die 14 und die 21.	2 Punkte	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit: $\frac{4}{25}\ (=0{,}16)$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

18. b)		
9 Stellen bleiben leer.	1 Punkt	
Die 2 roten Autos können auf $\binom{9}{2}$ Arten einparken, damit wird auch entschieden wo die grünen Autos parken.	3 Punkte	
Die Anzahl der Parkmöglichkeiten 36.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

18. c)		
Betrachte man diejenigen, die ein grünes Auto gewählt haben. 4 haben ein grünes Auto und außer denen noch weitere 10 ein grünes oder ein rotes Auto bestellt. Es sind 6 rote Autos, also von den 10 Kunden, die ein grünes oder ein rotes Auto bestellt haben müssten mindestens 4 ein grünes Auto bekommen.	4 Punkte	*Die 4-4Punkte können auch bei einen kürzeren Begründung gegeben werden.* *z.B.: Es wurden für die roten oder grünen Autos 4+10=14 konkrete Bestellungen abgegeben, aber es sind nur 7+6=13 grüne oder rote Autos an diesem Tag angekommen.*
Von den grünen Autos kommen aber an diesem Tag nur 7 an, also die Wünsche der Kunden, die ein grünes Auto gewählt haben können nicht erfüllt werden, unabhängig davon, wie die anderen Autos verteilt werden.	4 Punkte	
Insgesamt:	**8 Punkte**	