ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. május 5.

MATEMATIKA OLASZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS MINISZTÉRIUM

Indicazioni importanti

Richieste di forma:

1. L'insegnante deve correggere il compito con una penna **di colore differente** da quello usato dallo studente. Deve indicare gli errori in base alla propria esperienza.
2. I **punti** devono essere scritti nella **seconda casella grigia**, nella prima è segnato il punteggio massimo.
3. Nel caso di una **soluzione perfetta** è sufficiente scrivere il punteggio massimo nella casella adeguata.
4. Nel caso di una soluzione sbagliata o incompleta, anche **i punti parziali** per le parti valutabili devono essere scritti sul compito.
5. Le parti scritte a matita non verranno valutate, ad eccezione dei disegni.

Richieste di contenuto:

1. Alcuni esercizi possono avere soluzioni diverse le cui valutazioni sono indicate nella tavola. Nel caso di **soluzioni diverse** da quelle indicate, l'insegnante deve valutare in base alle parti corrispondenti della tavola.
2. I punti della tavola **possono essere suddivisi** solo in punti interi.
3. Se lo svolgimento e il risultato finale sono evidentemente giusti, meritano il punteggio massimo anche se la soluzione è **meno dettagliata** di quella della tavola.
4. Non vale punto il passaggio in cui si commette un **errore di calcolo**. Per i successivi passi, in accordo con la soluzione giusta si possono dare punti parziali corrispondenti, a patto che in conseguenza di un calcolo sbagliato il problema non sia cambiato.
5. In un'unità logica (è indicata con linea doppia nella tavola) neanche i passaggi formalmente giusti meritano punti se seguono un **ragionamento sbagliato.** Se lo studente applica un risultato parziale, derivante da un ragionamento errato, in modo giusto, come il dato di partenza dell'unità logica seguente, merita il punteggio massimo di questa unità, a patto che in conseguenza dell'errore il problema non sia cambiato.
6. La soluzione è considerata completa anche se mancano una **notazione** o **l'unità di misura** indicata fra parentesi nella tavola di soluzione.
7. Tra gli svolgimenti giusti, **si valuta una sola soluzione**, quella che è **indicata dallo studente.**
8. L'insegnante non può dare **punti in premio**.(punti più alti di quelli determinati.)
9. L'insegnante **non** può **sottrarre** punti per i passaggi parziali errati non utilizzati nella soluzione.
10. **Dei tre esercizi della parte II/B possono esserne valutati solo due**. Lo studente probabilmente ha segnato il numero dell'esercizio la cui valutazione non verrà aggiunta alla somma dei punti. Ovviamente l'esercizio sopraddetto non va corretto. Se la scelta dello studente non è univoca, allora è l'ultimo esercizio (numero18)che non sarà valutato.

I.

1.		
I sottoinsiemi che contengono soltanto numeri pari: $\{6\}$; $\{28\}$; $\{6;28\}$.	2 punti	*Il candidato può ricevere 1 punto se elenca solo due sottoinsiemi corretti. Anche se esprime un concetto giusto con notazioni sbagliate, riceve 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

2.		
$t=\dfrac{\left(a^3\right)^5}{a^{-2}}=a^{17}$	2 punti	*Se applica bene una delle identità, può ricevere 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

3.		
Il valore di verità della proposizione: VERA.	1 punto	
L'inverso della proposizione: Se un numero è divisibile per 12, allora è divisibile anche per 36.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

4.		
Il numero delle strette di mano è 10.	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

5.		
Sa che $t_3 = 50\,000\cdot 1{,}074^3$.	2 punti	
Dopo tre anni saranno sul conto 61 942 fiorini.	1 punto	*Nel caso dell'arrotondamento sbagliato non riceve il punto.*
Totale:	**3 punti**	

6.		
I password possibili: 2244; 2424; 2442; 4422; 4242; 4224.	3 punti	*2-2 codici corretti valgono 1-1 punto.*
Totale:	**3 punti**	

7.		
L' insieme di definizione più ampio: $\{x \in \mathbf{R} \mid x \le 0\}$.	2 punti	*1. Anche la risposta giusta espressa in un altro modo vale 2 punti.* *2. Se considera l'insieme di definizione come l'insieme dei numeri reali negativi, può ricevere 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

8.		
La risposta giusta: –1.	2 punti	*Se il candidato dá anche altri numeri, riceve 0 punto.*
Totale:	**2 punti**	

9.		
L'ipotenusa del triangolo rettangolo misura 13 cm.	1 punto	*Per la giustifica si può accettare anche un disegno corretto.*
Il circocentro è il punto medio dell'ipotenusa.	1 punto	
Il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo misura 6,5 cm.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

10.		
$g(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$.	3 punti	*Per l'argomento corretto riceve 2 punti, per la costante giusta riceve 1 punto.*
Totale:	**3 punti**	

11.		
$H \cup G = \{A; B; C; E; I; K; L; N; Ó; T\}$	3 punti	
Totale:	**3 punti**	
1)Se il candidato scrive bene l'insieme H e/oppure l'insieme G separatamente, ma la sua risposta è sbagliata, può ricevere 1 punto per ciascuno insieme. *2)Se elenca tutti gli elementi necessari dell'insieme $H \cup G$, ma ne ripete alcuni, può rcevere 1 punto.*		

12.		
L' equazione della retta: $x - 2y = 8$.	3 punti	*L'equazione giusta espressa in qualsiasi forma vale 3 punti.*
Totale:	**3 punti**	*Se è realizzato soltanto il parallelismo, vale 1 punto.*

II/A

13. a)		
In ambedue le parti dell'equazione ci sono le potenze del numero 3, perché $9 = 3^2$.	1 punto	*Se questo concetto è rappresentato correttamente durante la soluzione, merita il punto.*
Per la monotonità della funzione esponenziale di base 3 gli esponenti sono uguali.	1 punto	
$x^2 - 3x - 10 = 0$.	1 punto	
$x_1 = 5$ e $x_2 = -2$.	2 punti	
Ambedue i valori di x soddisfano l'equazione originale, cosí le due soluzioni dell'equazione sono: $x_1 = 5$ e $x_2 = -2$.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

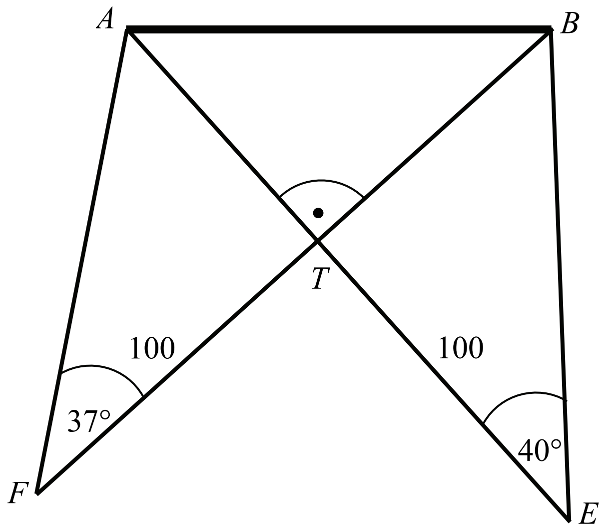
13. b)		
La soluzione della prima disequazione: $x < 2$.	2 punti	
La soluzione della seconda disequazione: $x \geq -2$.	2 punti	
I numeri interi che soddisfano ambedue le disequazioni sono gli elementi dell'insieme $\{-2; -1; 0; 1\}$	2 punti	
Totale:	**6 punti**	*Se la risposta è $-2 \leq x < 2$ si ottiene 1 punto in meno.*

14. a)		
Si devono esaminare i numeri interi tra 645 e 654.	1 punto	
Il numero totale degli studenti della scuola deve essere un multiplo del numero 11.	2 punti	*I 3 punti valgono anche se il candidato esamina uno ad uno i numeri possibili.*
Il numero totale degli studenti della scuola è 649.	2 punti	
Totale:	**5 punti**	

14. b)		
56 studenti sono alti almeno 180 cm.	1 punto	
$56 \cdot 0{,}75 = 42$ (tra gli studenti alti almeno 180 cm) sono cestisti.	1 punto	
A scuola $\frac{42}{70} \cdot 100 = 60$ studenti giocano a pallacanestro.	2 punti	
Totale:	**4 punti**	

14. c)		
568 studenti sono alti al massimo 180 cm.	1 punto	
La probabilità che uno studente alto al massimo 180 cm vincerà l'unico primo premio è $p = \frac{568}{616} \approx 0{,}922$.	2 punti	
Totale:	**3 punti**	

15.



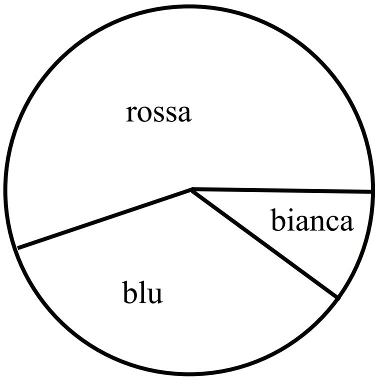
Un disegno che dimostra la comprensione dell'esercizio, con indicazioni giuste.	3 punti	*Non è richiesto che il disegno rappresenti anche le proporzioni.*
Applichiamo la funzione trigonometrica, tangente, ai triangoli rettangoli TBE e TAF .	1 punto	*Anche se il candidato non si riferisce alla tangente, ma la applica bene, ottiene 1 punto.*
$tg40^{\circ} = \frac{TB}{100}$.	1 punto	
$TB = 100 \cdot \text{tg}40° \left(\approx 83{,}91\right)$.	1 punto	
$tg37^{\circ} = \frac{TA}{100}$.	1 punto	
$TA = 100 \cdot \text{tg}37° \left(\approx 75{,}36\right)$.	1 punto	
Applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ABT : $AB^2 = TB^2 + TA^2$.	2 punti	*Anche se il candidato non si riferisce al teorema di Pitagora, ma lo applica bene, ottiene i 2 punti.*
Sostituendo i valori di TB e TA $AB \approx \sqrt{12720} = 112{,}78$.	1 punto	
La distanza dei due alberi arrotondata in metri è 113.	1 punto	
Totale:	**12 punti**	*Se il candidato non arrotonda bene, oppure calcola con l'arrotondamento sbagliato (p es. applica non precisamente i valori ottenuti da un calcolo precedente) sottraiamo solo 1 punto.*

II/B

16. **prima soluzione**		
Sappiamo dei tre termini della successione geometrica $\{a_n\}$ e dei tre termini corrispondenti di quella aritmetica $\{b_n\}$ che $a_1 = b_1$; $a_2 = b_4$; $a_3 = b_{16}$.	1 punto	*Questi punti valgono anche se il candidato non scrive il concetto dettagliatamente, ma applica bene i legami.*
Indichiamo la ragione della successione aritmetica $\{b_n\}$con *d*.	1 punto	
I termini della successione aritmetica di cui si parla sono $b_1 = 5$; $b_4 = 5 + 3d$; $b_{16} = 5 + 15d$.	2 punti	
Per i termini della successione geometrica in base alla media proporzionale: $a_2^{\,2} = a_1 \cdot a_3$	2 punti	
Sostituendo i valori adeguati di b_i, otteniamo che $5 \cdot (5 + 15d) = (5 + 3d)^2$.	2 punti	
Trasformando l'equazione: $9d^2 - 45d = 0$.	2 punti	
Da cui: $d_1 = 0$ e $d_2 = 5$.	2 punti	
Se $d_1 = 0$, il quinto termine della successione aritmetica è 5, la somma dei primi cinque termini della successione geometrica è 25.	2 punti	
Se $d_2 = 5$ il quinto termine della successione aritmetica è 25.	1 punto	
I termini della successione geometrica di cui si parla, sono 5, 20, 80, allora $q = 4$.	1 punto	
$s_5 = 5 \cdot \dfrac{4^5 - 1}{3} = 1705$.	1 punto	
Totale:	**17 punti**	

16. **seconda soluzione**		
Sappiamo dei tre termini della successione geometrica $\{a_n\}$ e dei tre termini corrispondenti di quella aritmetica $\{b_n\}$ che $a_1 = b_1$; $a_2 = b_4$; $a_3 = b_{16}$.	1 punto	*Questi punti valgono anche se il candidato non scrive il concetto dettagliatamente, ma applica bene i legami.*
Indichiamo la ragione della successione geometrica $\{a_n\}$ con q.I termini della successione geometrica in questione sono $a_1 = 5$; $a_2 = 5q$; $a_3 = 5q^2$.	2 punti	
Indicando con d la ragione della successione aritmetica: $b_4 - b_1 = 3d$ e $b_{16} - b_4 = 12d$.	2 punti	
Dai due rapporti otteniamo che $4(b_4 - b_1) = b_{16} - b_4$.	1 punto	
Sostituendo i valori adeguati di a_i, otteniamo che $4\cdot(5q-5) = 5q^2 - 5q$.	2 punti	
Trasformando l'equazione: $q^2 - 5q + 4 = 0$.	2 punti	
Da cui $q_1 = 1$ e $q_2 = 4$.	2 punti	
Se $q = 1$, il quinto termine della successione aritmetica è 5, la somma dei primi cinque termini della successione geometrica è 25.	2 punti	
Se $q = 4$, (i termini della successine geometrica sono 5, 20, 80), nella successione aritmetica $d = 5$.	1 punto	
Il quinto termine è 25,	1 punto	
Nella successione geometrica: $s_5 = 5 + 20 + 80 + 320 + 1280 = 1705$.	1 punto	
Totale:	**17 punti**	

17. a)



Disegno corretto:	2 punti	

Gli angoli al centro:

	bianca	blu	rossa
in gradi	36	126	198
in radianti	$0{,}2\pi$ ($\approx 0{,}6283$)	$0{,}7\pi$ ($\approx 2{,}1991$)	$1{,}1\pi$ ($\approx 3{,}45581$)

Il calcolo delle ampiezze degli angoli vale 1 punto per i gradi e 1 punto per le radianti. — 2 punti

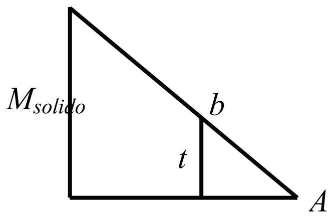
Totale:	**4 punti**	

17. b)

Il numeo dei casi favorevoli è 54.	1 punto	
$p = \frac{54}{99} \approx 0{,}545$.	2 punti	
Totale:	**3 punti**	

17. c)		
Possiamo applicare il modello classico, perché l'estrazione di ciascuna pallina numerata ha la stessa probabilità.		
Il numero dei casi possibili: $n = 10^4$.	1 punto	
Il numero 24 può essere formato dai numeri da 1 a 10 nei modi seguenti: a) 1, 1, 3, 8 b) 1, 1, 4, 6 c) 1, 2, 2, 6 d) 1, 2, 3, 4 e) 2, 2, 2, 3	5 punti	
A causa degli scambi possibili nella parte a), b) e c), ci sono 12-12 casi;	1 punto	*1 punto vale anche se il candidato non elenca tutti i casi.*
d) 24 casi;	1 punto	
e) 4 casi.	1 punto	
La probabilità cercata è $\frac{64}{10000} = 0{,}0064$.	1 punto	
Totale:	**10 punti**	

18. a)		
L'area della tenda è la somma delle aree di 6 triangoli isosceli congruenti.	1 punto	*Questo punto vale anche se il concetto si rappresenta soltanto nel calcolo.*
L'altezza del triangolo in questione è m_o; In base al teorema di Pitagora: $m_o = \sqrt{M_{solido}^2 + m_a^2}$, dove m_a è l'altezza del triangolo al centro della base.	3 punti	*Se il candidato trova un triangolo adeguato, merita 2 punti. Per l'applicazione del teorema di Pitagora riceve 1 punto.*
$m_o = \sqrt{256 + \frac{3}{4} \cdot 144} = \sqrt{364} (\approx 19{,}08)$.	1 punti	
$A = 6 \cdot \frac{12}{2} \cdot \sqrt{364} (\approx 686{,}87)$.	1 punti	
La superficie della tenda misura 687 m^2.	1 punto	
Ttale:	**7 punti**	

18. b)		
In base al teorema di Pitagora uno spigolo laterale misura: $b=\sqrt{16^2+12^2}=20$	2 punti	
La lunghezza di una sbarra piccola t, a causa dell'omotetia di centro A e di rapporto $\frac{1}{3}$, $t=\frac{1}{3}\cdot 16=\frac{16}{3}$. 	2 punti	
La lunghezza totale delle sbarre è: $M_{solido}+6\cdot b+6\cdot t=$	1 punto	
=168 metri.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

18. c)		
La corda tesa indica una sezione piana della piramide che è parallela alla base e si trova a distanza di $\frac{2}{3}M_{solido}$ dal vertice.	2 punti	*Qualsiasi spiegazione vale 2 punti.*
cosí la sezione piana è un esagono regolare i cui lati misurano 8 m,	1 punto	
cosí la lunghezza della corda tesa è 48 m.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	