ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2009. október 20.

MATEMATIKA
OLASZ NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI
ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTÉRIUM

Indicazioni importanti

Richieste di forma:

1. L'insegnante deve correggere il compito con una penna **di colore differente** da quello usato dallo studente. Deve indicare gli errori in base alla propria esperienza.
2. I **punti** devono essere scritti nella **seconda casella grigia**, nella prima è segnato il punteggio massimo.
3. Nel caso di una **soluzione perfetta** è sufficiente scrivere il punteggio massimo nella casella adeguata.
4. Nel caso di una soluzione sbagliata o incompleta, anche **i punti parziali** per le parti valutabili devono essere scritti sul compito.
5. Le parti scritte a matita non verranno valutate, ad eccezione dei disegni.

Richieste di contenuto:

1. Alcuni esercizi possono avere soluzioni diverse le cui valutazioni sono indicate nella tavola. Nel caso di **soluzioni diverse** da quelle indicate, l'insegnante deve valutare in base alle parti corrispondenti della tavola.
2. I punti della tavola **possono essere suddivisi** solo in punti interi.
3. Se lo svolgimento e il risultato finale sono evidentemente giusti, meritano il punteggio massimo anche se la soluzione è **meno dettagliata** di quella della tavola.
4. Non vale punto il passaggio in cui si commette un **errore di calcolo**. Per i successivi passi, in accordo con la soluzione giusta si possono dare punti parziali corrispondenti, a patto che in conseguenza di un calcolo sbagliato il problema non sia cambiato.
5. In un'unità logica (è indicata con linea doppia nella tavola) neanche i passaggi formalmente giusti meritano punti se seguono un **ragionamento sbagliato.** Se lo studente applica un risultato parziale, derivante da un ragionamento errato, in modo giusto, come il dato di partenza dell'unità logica seguente, merita il punteggio massimo di questa unità, a patto che in conseguenza dell'errore il problema non sia cambiato.
6. La soluzione è considerata completa anche se mancano una **notazione** o **l'unità di misura** indicata fra parentesi nella tavola di soluzione.
7. Tra gli svolgimenti giusti, **si valuta una sola soluzione**, quella che è **indicata dallo studente.**
8. L'insegnante non può dare **punti in premio**.(punti più alti di quelli determinati.)
9. L'insegnante **non** può **sottrarre** punti per i passaggi parziali errati non utilizzati nella soluzione.
10. **Dei tre esercizi della parte II/B possono esserne valutati solo due**. Lo studente probabilmente ha segnato il numero dell'esercizio la cui valutazione non verrà aggiunta alla somma dei punti. Ovviamente l'esercizio sopraddetto non va corretto. Se la scelta dello studente non è univoca, allora è l'ultimo esercizio (numero18)che non sarà valutato.

I.

1.		
Il valore della media aritmetica: 73.	1 punto	
Il valore della media geometrica: 55.	1 punto	
Totale:	**2 punti**	

2.		
Gli elementi dell'insieme A: $\{2;3;5;7\}$.	1 punto	
Gli elementi dell'insieme B: $\{6;12;18;24;30\}$.	1 punto	
Gli elementi dell'insieme $A \cup B$: $\{2;3;5;6;7;12;18;24;30\}$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

3.		
Il numero delle palline nere: 12.	2 punti	*Se la risposta è errata, però per la data cercata ha scritto un equazione corretta, può ricevere 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

4.		
Il valore dell'espressione: 25.	2 punti	*I punti non possono essere suddivisi.*
Totale:	**2 punti**	

5.		
$\alpha = 27^{\circ}$	2 punti	*Se soltanto l'arrotondamento è sbagliato, può ricevere 1 punto.*
Totale:	**2 punti**	

6.		
$a_{11} = (-5) \cdot (-2)^{10}$	1 punto	
$a_{11} = -5120$	1 punto	
Totale:	**1 punto**	

7. prima soluzione		
La formula di corrispondenza: $x \mapsto -\lvert x-1 \rvert + 5$	3 **punti**	*I tre passaggi della trasformazione valgono 1-1 punti.*
Totale:	**3 punti**	

7. **seconda soluzione**		
La formula di corrispondenza: $x \mapsto \begin{cases} x+4, & ha\ x \le 1 \\ -x+6, & ha\ 1 < x \end{cases}$	3 punti	*La formula corretta vale 1-1 punti e e l'insieme di definizione corretto vale 1 punto.*
Totale:	**3 punti**	

8.		
L'espressione corretta: F	3 punti	*I 3 punti non possono essere sudddivisi.*
Totale:	**3 punti**	*Se invece di scrivere la lettera che indica dell'espressione scrive l'espressione corretta, riceve il punteggio totale.*

9.		
Il numero eliminato: 5.	2 punti	
Totale:	**2 punti**	

10.		
Il prodotto scalare dei vettori è 0.	2 punti	*I punti non possono essere suddivisi.*
L'angolo formato dai due vettori è un angolo retto	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

11.		
Il raggio della sfera di area superficiale massima che entra nel cubo è 10 cm,	1 punto	
la superficie della sfera misura $400\pi \approx 1256\left(cm^2\right)$.	1 punto	
Allora la sfera non entra al cubo.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	*Se calcola bene il raggio della sfera* $(r \approx 11{,}28 \text{ cm})$ *e fa vedere che il diametro più grande di 20 cm, i punti sono validi*

12.		
$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) =$	1 punto	
$= 2 \cdot \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) =$	1 punto	
$= -1$	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

II/A

13. a)		
Lo scioglimento delle parentesi: $x^2+4x+4-90=2{,}5x-85$.	1 punto	
$x^2+1{,}5x-1=0$.	1 punto	
$x_1=0{,}5$, $x_2=-2$.	2 punti	
Le soluzioni sono accettabili nell'insieme dei numeri reali.	1 punto	*Il punto vale in caso di verifica oppure di passaggi equivalenti.*
Totale:	**5 punti**	

13. b) prima soluzione		
Se $x > 0$, allora $3 - x < 14x$.	1 punto	*Se non distingue i casi può ricevere 2 punti al massimo.*
$x > 0{,}2$,	1 punto	
confrontandolo con la condizione: $x > 0{,}2$.	1 punto	
se $x < 0$, allora $3 - x > 14x$.	1 punto	
$x < 0{,}2$,	1 punto	
confrontandolo con la condizione: $x < 0$.	1 punto	
La soluzione della disequazione: $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0{,}2\,;\infty[$.	1 punto	*Per la rappresentazione giusta della risposta corretta vale il punto.*
Totale:	**7 punti**	

13. b) seconda soluzione		
$\frac{3-x}{7x}-2<0$.	1 punto	
$\frac{3-15x}{7x}<0$.	1 punto	
$3 - 15x > 0$ e $7x < 0$.	1 punto	
$x < 0$	1 punto	
oppure $3 - 15x < 0$ és $7x > 0$.	1 punto	
$x > 0{,}2$.	1 punto	
La soluzione della disequazione: $]-\infty\,;0[\,\cup\,]0{,}2\,;\infty[$.	1 punto	*Per la rappresentazione giusta della risposta corretta vale il punto.*
Totale:	**7 punti**	

14. a)		
(I numeri delle mattonelle disposte per fila, sono termini consecutivi di una progressione aritmetica in cui:) $a_1 = 8$, $d = 2$.	1 punto	
$\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n =$	1 punto	
$= 858$.	1 punto	
$n^2 + 7n - 858 = 0$.	1 punto	
$n_1 = 26$ és $n_2 = -33$. (Il numero intero positivo adatto: $n = 26$.)	1 punto	
Angela ha disposto 26 file intere. (Questa soluzione soddisfa le condizioni.)	1 punto	
Totale:	**6 punti**	*Se arriva a n=26 aggiungendo i membri uno dopo l'altro, e non fa riferimento al fatto che non possano essere altre soluzioni, può ricevere 4 punti.*

14. b)		
Il numero delle mattonelle di colore bordó è 144.	2 punti	*Per il calcolo della percentuale e per la aver preso in considerazione il numero delle confezioni valgono 1-1 punti.*
Nella 26 esima fila ci sono $a_{26} = a_1 + 25d = 8 + 50 = 58$ mattonelle.	1 punto	
Nel perimetro della parte coperta ci sono $8 + 58 + 2 \cdot 24 = 114$ mattonelle bordó $8 + 58$	1 punto	
Sono rimaste 30 mattonelle.	1 punto	
In toale sono rimaste $900 - 858 = 42$ mattonelle, tra cui ce ne sono 12 grigie e 30 di colore bordo.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

15. a)		
I quadrati possibili: 16, 25, 36, 64	1 punto	
In totale possiamo ottenere 36 numeri differenti di due cifre.	1 punto	
La probabilità cercata $p = \frac{1}{9} (\approx 0{,}111)$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

15. b)		
Al posto delle unità possono stare 6 numeri differenti, ed anche al posto delle decine ci possono essere indipendentemente 6 numeri differenti.	1 punto	
In 6 casi le cifre sono identiche, questo è il numero dei casi favorevoli.	1 punto	
La probabilità è $\frac{1}{6}$.	1 punto	
Totale:	**3 punti**	

15. c) prima soluzione		
La somma delle cifre è al massimo 9 nel caso dei numeri : 11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 51, 52, 53, 54, 61, 62, 63 .	4 punti	*Per qualsiasi ragionamento corretto può ricevere i 4 punti. Non è necessario elencare i 30 numeri.*
Il numero dei casi favorevoli: 30.	1 punto	
La probabilità: 30/36 = 5/6.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

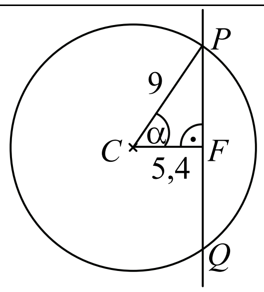
15. c) seconda soluzione		
Calcoliamo la probabailità dell'evento complementare (la somma è maggiore di 9)	2 punti	*Se questo ragionamento è espresso solo nella soluzione i 2 punti sono attribuibili.*
La somma delle cifre è maggiore di 9: 46, 55, 56, 64, 65, 66.	2 punti	
Il numero degli eventi favorevoli è 6, la probabilità dell'evento complementare è: 6/36 = 1/6.	1 punto	
La probabilità cercata: 1-1/6 = 5/6.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

II/B

16. a)		
Dobbiamo risolvere il sistema seguente: $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0 \quad \wedge \quad x = 8{,}4$	1 punto	
dopo la sostituzione: $y^2 + 8y - 35{,}84 = 0$,	1 punto	
da cui $y = 3{,}2$ o $y = -11{,}2$.	2 punti	
Ci sono due punti comuni: $P_1(8{,}4\,;\,3{,}2)$, $P_2(8{,}4\,;-11{,}2)$.	2 punti	
Totale:	**6 punti**	

16. b)		
L'equazione trasformata della circonferenza: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 81$.	1 punto	
Il centro della circonferenza $C(3;-4)$ (*di raggio 9*).	1 punto	
La retta è parellela all'asse delle ordinate,	1 punto	*Questo punto vale anche se questo concetto é presente nella soluzione.*
perciò il piede della perpendicolare che passa per il punto $C(3;-4)$ è $T(8{,}4\,;-4)$.	1 punto	
La distanza della retta dal centro della circonferenza è $\overline{TC} = 8{,}4 - 3 = 5{,}4$.	1 punto	
Totale:	**5 punti**	

16. c) prima soluzione



Il disegno corretto:	1 punto	*Questo punto vale anche se i dati corretti sono usati durante la soluzione.*
Dal triangolo rettangolo CFP : $\cos\alpha = \frac{5,4}{9} = 0,6$,	1 punto	
allora $\alpha \approx 53,13°$.	1 punto	
L'angolo al centro che insiste sull'arco più lungo PQ $360^\circ - 2\alpha \approx 253,74°$.	1 punto	
La lunghezza dell'arco: $\frac{2\cdot 9\cdot \pi \cdot 253,74}{360} \approx 39,9$.	1 punto	
La lunghezza dell'arco più lungo PQ è di circa 39,9 cm.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

Può esprimere l'angolo al centro in radianti (4,43) e può calcolare la lunghezza dell'arco (39,9 cm) usando la formula adeguata.

16. c) seconda soluzione		
Si può calcolare l' angolo al centro 2α che insiste sull'arco minore PQ usando il teorema del coseno per il triangolo PCQ. Dal triangolo rettangolo CFP, applicando il teorema di Pitagora, otteniamo: $FP = 7{,}2$ (cm), così $PQ = 14{,}4$ (cm).	1 punto	*Per il calcolo della lunghezza del segmento PQ può avere il punto solo se dalla soluzione risulta univocamente che lo studente vuole determinare l'ampiezza dell'angolo al centro dal triangolo PCQ.*
$\cos 2\alpha = \dfrac{2\cdot 9^2 - 14{,}4^2}{2\cdot 9^2} =$	1 punto	
$= -0{,}28$,	1 punto	
da cui $2\alpha \approx 106{,}26°$.	1 punto	
La lunghezza dell'arco minore è circa $\dfrac{2\cdot 9\cdot \pi \cdot 106{,}26}{360} \approx 16{,}7$ (cm)	1 punto	
La lunghezza dell'arco più lungo PQ è circa 39,8 cm.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	

Possiamo accettare anche lunghezze differenti da quelle sopraindicate, a causa degli arrotoddamenti e di calcoli differenti, (p.es.: Calcola la lunghezza del secondo arco mediante una sottrazione, oppure applica di nuovo la formula relativa alla lunghezza dell'arco, oppure p. es.: usa il valore arrotondato del π) se lo studente calcola correttamente e arrotonda bene usando le regole dell'arrotondamento.

17. a) prima soluzione		
Nella pianta il perimetro del parallelogramma misura 17,0 cm, la lunghezza della pista ciclabile è $17{,}0\cdot 1{,}25 = 21{,}25$ cm.	1 punto	
La lunghezza reale della pista è $21{,}25\cdot 3\cdot 10^4$ cm ,	1 punto	
cioè 6,375 km.	1 punto	
Arrotondandolo con una cifra decimale otteniamo che la lunghezza della pista è 6,4 km.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

17. a) seconda soluzione		
I lati reali del parallelogramma misurano $AB = 4{,}7\cdot 3\cdot 10^4$ cm=1,41 km,	1 punto	
$AD = 3{,}8\cdot 3\cdot 10^4$ cm=1,14 km (e $BD = 0{,}99\ km$).	1 punto	
Il perimetro misura 5,1 km, allora la lunghezza della pista è $1{,}25\cdot 5{,}1 = 6{,}375$ km.	1 punto	
Arrotondandolo con una cifra decimale otteniamo che la lunghezza della pista è 6,4 km.	1 punto	
Totale:	**4 punti**	

17. b)		
Il segmento più lungo è AC	1 punto	*Il punto vale anche se il concetto si vede soltanto dalla soluzione..*
Applicando il teorema del coseno sul triangolo ABD: $3{,}3^2 = 4{,}7^2 + 3{,}8^2 - 2 \cdot 4{,}7 \cdot 3{,}8 \cdot \cos BAD\sphericalangle$.	1 punto	
Da cui: $\cos BAD\sphericalangle = \frac{4{,}7^2 + 3{,}8^2 - 3{,}3^2}{2 \cdot 4{,}7 \cdot 3{,}8} \approx$	1 punto	
$\approx 0{,}7178$ (*allora* $BAD\sphericalangle \approx 44{,}1°$ *e così* $ABC\sphericalangle \approx 135{,}9°$).	1 punto	
Dal triangolo ABC usando il teorema del coseno: $AC^2 = 4{,}7^2 + 3{,}8^2 - 2 \cdot 4{,}7 \cdot 3{,}8 \cdot \cos ABC\sphericalangle$,	1 punto	
da cui $AC \approx 7{,}9$ (cm).	1 punto	
Nella realtà misura 2,4 km. (arrotondandolo ad una cifra decimale.)	1 punto	
Totale:	**7 punti**	
Lo studente può fare i calcoli con le distanze reali, (usando $BD = 0{,}99$ *km)* $\cos BAD\sphericalangle = \frac{1{,}41^2 + 1{,}14^2 - 0{,}99^2}{2 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}14} \approx 0{,}7178$*, e* $AC^2 \approx 1{,}41^2 + 1{,}14^2 + 2 \cdot 1{,}41 \cdot 1{,}14 \cdot 0{,}7178$*, da cui* $AC^2 \approx 5{,}595$*, arrotondando AC ad una cifra decimale diventa 2,4 km.*		

<table>
<tr><td colspan="3">17. c)</td></tr>
<tr><td>L'area effettiva della superficie del lago misura:
$9 \cdot 10^8 \cdot 4{,}7 \cdot 3{,}8 \cdot \sin 44{,}1° \approx 1{,}119 \cdot 10^{10}$ (cm^2)
(Anche la formula di Erone può essere applicata.)</td><td>2 punti</td><td>I 2 punti possono essere suddivisi nel modo seguente: Se scrive correttamente la formula dell'area per il parallelogramma (reale oppure visibile nella pianta), (applicazione della formula dell'area, oppure la formula di Erone, oppure applicando la formula per l'area del triagolo scomponendo il parallelogramma in due triangoli) riceve 1 punto, se calcola correttamente l'area, riceve l'altro 1 punto.</td></tr>
<tr><td>che è $1{,}119 \cdot 10^6$ m^2.</td><td>1 punto</td><td>Questo punto vale per il cambio di unità di misura. Se lo studente scrive la superficie del lago in m^2, oppure se durante il calcolo usa un'altra unità di misura, ma cambia correttamente l'unità del volume in m^3.</td></tr>
<tr><td>Allora il volume dell'acqua supera di $1{,}119 \cdot 10^6 \cdot 0{,}15 \approx 1{,}679 \cdot 10^5$ m^3 il volume iniziale,</td><td>2 punti</td><td>Se non concordano le unitá di misura può ricevere un punto al massimo.</td></tr>
<tr><td>che significa, arrotondandolo in migliaia di m^3,
168 000 m^3 di acqua.</td><td>1 punto</td><td></td></tr>
<tr><td align="right">Totale:</td><td>6 punti</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="3">18. a)</td></tr>
<tr><td>

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800	713	635	505	450	357	253

</td><td>3 punti</td><td>Per due-due valori corretti (ed arrotondati bene) valgono 1-1- punti. Se scrive qualsiasi dei 6 valori con arrotondamento errato, allora può ricevere 2 punti al massimo, però non si possono sottrare altri punti per altri arrotondamenti sbagliati.</td></tr>
<tr><td align="right">Totale:</td><td>3 punti</td><td></td></tr>
</table>

18. b)		
Dobbiamo risolvere l'equazione $0{,}15 = 0{,}1^{\frac{x}{6}}$ (dove x è la distanza cercata misurata in mm).	2 punti	*I 2 punti non possono essere suddivisi.*
$\lg 0{,}15 = \frac{x}{6} \cdot \lg 0{,}1$ $x = 6 \cdot \frac{\lg 0{,}15}{\lg 0{,}1}$	2 punti	
$x \approx 4{,}9$	1 punto	
L'intensità del raggio laser diminuisce al 15% del valore originale ad una profondità di 4,9 mm.	1 punto	
Totale:	**6 punti**	
1) Se ricava il risultato 4,9 con dei tentativi (calcolatrice), può ricevere 3 punti al massimo. *2) Se ricava il risultato 4,9 con dei tentativi, ma fa riferimento alla monotonia stretta della funzione I può ricevere il punteggio totale.*		

18. c) prima soluzione		
Nel caso di ogni stella ci sono tre possibilità per l'illuminazione: blu, verde, non disegnata.	3 punti	*I 3 punti valgono anche se questo concetto si vede soltanto nel calcolo.*
Il numero dei progetti di decorazione differenti è : $3^4 = 81$.	4 punti	
Devono disegnare almeno una stella, così il numero delle possibilita è 81-1=80.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	
Se calcola il modello con due possibilità di illuminazione soltanto, può ricevere 4 punti al massimo.		

18. c) **seconda soluzione**		
1 stella è disegnata: $\binom{4}{1}\cdot 2 = 8$ casi.	1 punto	
2 stelle sono disegnate : $\binom{4}{2}\cdot(1+2+1) = 24$ casi. (Dalle 4 stelle possiamo sceglierne 2 in 6 modi differenti, ognuna può essere disegnata di colore blu o verde, o di colori differenti).	2 punti	
3 stelle sono disegnate: $\binom{4}{3}\cdot(1+3+3+1) = 32$ (Dalle 4 stelle possiamo sceglierne 3 in 4 modi differenti. Queste possono essere disegnate con colore identico in due modi. Una blu due verdi danno tre possibilità. E' vero lo stesso scambiando i colori)	2 punti	
Sono disegnate 4 stelle: $2\cdot 1 + 2\cdot 4 + \binom{4}{2} = 16$ (Stelle monocolori : due possibilità, tre monocolori e un altra: $2\cdot 4$ possibilità, due stelle di colore identico $\binom{4}{2}$ possibilità.	2 punti	
In totale possono costruire 8+24+32+16=80 progetti di decorazione.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	

18. c) **terza soluzione**		
Ogni stella disegnata puo avere due colori differenti: blu o verde	2 punti	*I 2 punti valgono anche se questo concetto si vede soltanto nel calcolo.*
Una stella è disegnata: $4\cdot 2$=8 possibilità :	1 punto	
Due stelle sono disegnate: $\binom{4}{2}\cdot 2^2 = 24$ possibilità (due stelle possono essere disegnate in 6 modi differenti e le coppie possono essere colorate in 2^2 modi.)	2 punti	
Sono disegnate 3 stelle: $4\cdot 2^3$=32 possibilità.	1 punto	
Sono disegnate quattro stelle: : 2^4=16 possibilità (ogni stella può avere due colori)	1 punto	
In totale possono costruire 8+24+32+16=80 progetti di decorazione.	1 punto	
Totale:	**8 punti**	