ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2011. október 18.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

NEMZETI ERŐFORRÁS MINISZTÉRIUM

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. La copie doit être corrigée **au stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat, et il faut indiquer les fautes, les lacunes etc. selon la pratique pédagogique.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles se trouvant à côté des exercices, et **le nombre de points** donné par l'examinateur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **Pour une solution impeccable,** il suffit d'inscrire le nombre de points maximal dans les rectangles correspondants.
4. Dans le cas d'une solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **les nombres de points partiels** aussi sur la copie.
5. A part les schémas, les parties écrites au crayon ne doivent pas être évaluées par l'examinateur.

Les demandes de contenu:

1. A certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère,** recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés**. Toutefois, les points proposables doivent être entiers.
3. On peut donner le nombre maximal des points pour des raisonnements et résultats évidemment corrects même si la copie est **moins détaillée** que la proposition du guide d'évaluation.
4. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une inexactitude alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors il a droit aux points partiels ultérieurs.
5. **En cas d'une erreur de principe,** dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées de double ligne), on n'accorde aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes. Cependant si le candidat continue le calcul, à la base du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors il a droit au point maximal de cette partie.
6. Si une **unité de mesure** ou une **remarque** est mise entre parenthèses dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
7. Sur les différentes tentatives de solution correctes données à un exercice, **seule la variante indiquée par le candidat peut être évaluée**.
8. **On ne peut pas accorder de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum des points voulus pour l'exercice ou partie d'exercice donné.)
9. **Un enlèvement de points ne doit pas se faire** pour des calculs partiels, étapes partielles qui sont faux mais ne sont pas effectivement utilisés.
10. **La résolution de seulement 2 exercices sur les trois proposés de la partie II./B de l'épreuve écrite peuvent être évaluées.** Dans le carré correspondant, le candidat a -vraisemblablement- marqué le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. De sorte qu'il ne faut même pas corriger la solution éventuellement donnée à l'exercice marqué. Si le candidat ne marque pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont l'évaluation n'est pas demandée alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé qu'il ne faudra pas évaluer.

I.

1.		
$420 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \left(= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7\right)$.	2 points	*Le nombre de point n'est pas décomposable.*
Total:	**2 points**	

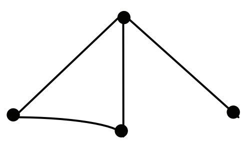
2.		
20 000 et 16 000.	2 points	*1 point s'il sait que 36 000 doit être divisé en neuf parties égales.*
Total:	**2 points**	

3.		
Le nombre des cellules (s) a doublé 4 fois en 8 jours,	1 point	*On lui accorde ces 2 points s'il écrit correctement les quatre premiers termes de la suite.*
$s = 5000 \cdot 2^4$.	1 point	
$s = 80\ 000$.	1 point	
Total:	**3 points**	

4.		
a) **N**;	1 point	*Il faut accorder ces points pour une réponse juste donnée sous n'importe quelle forme.*
b) **Z**;	1 point	
c) $\emptyset$.	1 point	
Total:	**3 points**	

5.		
$a = 2$.	1 point	
$b = -3$.	1 point	
Total:	**2 points**	

6.		
La médiane: 7.	2 points	*Le nombre de point n'est pas décomposable.*
Total:	**2 points**	

7.		
Un graphe correctement tracé, p. ex. 	2 points	*Le nombre de point n'est pas décomposable.*
Total:	**2 points**	

8.		
$d=-3$	1 point	
$a_{50}=a_1+49d$	1 point	
$a_1=176$	1 point	
Total:	**3 points**	

9.		
B)	2 points	*Les deux points ne sont pas décomposables.*
Total:	**2 points**	

10.		
B)	2 points	*Les deux points ne sont pas décomposables.*
Total:	**2 points**	

11.		
$2000\cdot 1{,}06^x=4\,024$.	1 point	*On accorde ce point même si cette idée n'apparaît que lors des calculs.*
Le calcul de x $\lg 2000 + x\lg 1{,}06 = \lg 4024$ $x=\dfrac{\lg 4024-\lg 2000}{\lg 1{,}06}\approx 11{,}998$.	2 points	*La solution doit être considérée complète, s'il calcule les 12 années avec calculatrice, en donnant la somme d'une année à l'autre.*
En 12 années entières.	1 point	
Total:	**4 points**	

12.		
Les deux diagonales de face (quelconques) issues d'un sommet et la troisième diagonale de face déterminée par leurs extrémités forment un triangle équilatéral,	2 points	*1 point pour le tracé correct des diagonales de face.*
donc l'angle cherché est de 60°.	1 point	
Total:	**3 points**	

II. A

13. a)

La valeur de la racine carrée doit être non négative : $x \le 5$,	1 point*	
et uniquement le nombre non négatif a une racine carrée : $\|x\| \ge \sqrt{35{,}5}$.	1 point*	
En élevant au carré : $x^2 - 10x + 25 = 2x^2 - 71$.	1 point	
En rangeant : $x^2 + 10x - 96 = 0$,	1 point	
Les solutions réelles sont –16 et 6.	1 point	
Ce dernier ne satisfait pas à la première condition donc il n'est pas une bonne solution de l'équation. La seule solution de l'équation est – 16 qui satisfait à toutes les deux conditions et on n'a utilisé que des transformations équivalentes au près des conditions données.	1 point*	*Il a droit aux points marqués par * même s'il ne formule pas les conditions, mais par des remplacements, il décide laquelle est la solution de l'équation parmi les 2 racines de l'équation du second degré.*
Total:	**6 points**	

13. b)

En effectuant la substitution $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ dans le premier membre on trouve que : $1 - \cos^2 x = 1 + 2\cos x$.	1 point	
$\cos^2 x + 2\cos x = 0$;	1 point	
$\cos x(\cos x + 2) = 0$.	1 point	
Si $\cos x = 0$, alors $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, où $k \in \mathbf{Z}$.	2 points	*Il obtient 1 point s'il donne la solution sous la forme écrite, mais il ne donne pas de quel ensemble k est décrit ou il donne 2π pour période. On accorde 1 point seulement à cette partie s'il donne la solution sous la forme $x = 90° + k \cdot 180°$ ($k \in \mathbf{Z}$) ou le degré et le radian figurent mixtes dans l'écriture de la solution. Il n'obtient pas de point s'il oublie la période (p.ex. sa réponse est x = 90°)*
L'équation $\cos x + 2 = 0$ n'a pas de solution (parce que $\cos x = -2$ n'est pas possible).	1 point	
Total:	**6 points**	
Remarque :On accorde tous les points s'il résout l'équation avec la formule de résolution des équations du seconde degré.		

14. a)		
18,75 % des personnes d'au moins de 40 ans a donné la réponse citée.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
18,75% de 80: $80 \cdot 0{,}1875$.	1 point	
Donc 15 personnes d'au moins de 40 ans ont donné la réponse « moins que 5 fois ».	1 point	
Total:	**3 points**	

14. b)		
Parmi les personnes de moins de 40 ans, il y a $120 \cdot 0{,}35 = 42$,	1 point	
parmi les personnes de 40 ans ou plus il y a $80 \cdot 0{,}375 = 30$,	1 point	
donc il y a 72 personnes qui vont au théâtre au moins 5 mais au plus 10 fois par an.	1 point	
Ce nombre est 36 % des questionnés.	1 point	
Total:	**4 points**	

14. c) première variante de résolution		
Tous les choix possibles : $\binom{200}{2}$ (= 19 900).	1 point	
Dans le cas où parmi les choisis, il y en a 2 plus jeunes que 40 ans: $\binom{120}{2}$ (= 7140).	1 point	
La probabilité que les deux choisis sont plus jeunes que 40 ans : $\dfrac{\binom{120}{2}}{\binom{200}{2}} \left(= \dfrac{7140}{19\,900} \approx 0{,}359\right)$.	1 point	
La probabilité de l'événement complémentaire : $1 - \dfrac{\binom{120}{2}}{\binom{200}{2}} \left(= \dfrac{12\,760}{19\,900}\right)$.	1 point	
Alors la probabilité qu'au plus l'une des deux ait moins de 40 ans est 0,641.	1 point	*On n'accorde pas ce point si le résultat n'est pas donné au millième ou l'arrondi est erroné.*
Total:	**5 points**	

14. c) deuxième variante de résolution		
Tous les choix possibles : $\binom{200}{2}$ (= 19 900).	1 point	
Dans le cas où parmi les choisis au hasard, que tous les 2 aient au moins 40 ans : $\binom{80}{2}$ (= 3160),	1 point	
qu'ils soient de différentes classes d'âge : $80 \cdot 120$ (= 9600).	1 point	
La probabilité de l'événement cherchée : $\dfrac{\binom{80}{2}+80\cdot 120}{\binom{200}{2}} \left(=\dfrac{12\ 760}{19\ 900}\right)$.	1 point	
Alors la probabilité qu'au plus l'une des deux ait moins de 40 ans est 0,641.	1 point	*On n'accorde pas ce point si le résultat n'est pas donné au millième ou l'arrondi est erroné.*
Total:	**5 points**	

15. a) première variante de résolution		
(La solution du système d'équations formé de l'équation des deux droites donne les coordonnées du point *P*.) De la première équation: $y = 2{,}5x + 7{,}25$.	1 point	
En le remplaçant dans la deuxième équation et la réduisant : $x = -1{,}5$.	1 point	
$y = 3{,}5$.	1 point	
Alors *P*(–1,5; 3,5).	1 point	
Total:	**4 points**	

15. a) deuxième variante de résolution		
(La solution du système d'équations formé de l'équation des deux droites donne les coordonnées du point *P*.) $10x - 4y = -29$ $10x + 25y = 72{,}5$ $29y = 101{,}5$	1 point	
$y = 3{,}5$	1 point	
$x = -1{,}5$.	1 point	
Alors *P*(–1,5; 3,5).	1 point	
Total:	**4 points**	

Remarque: 1 point respectif pour la représentation correcte de chaque droite. 1 point pour la lecture correcte des coordonnées (–1,5; 3,5) du point d'intersection des droites correctement tracées. 1 point pour la vérification de ceux ci par substitution.

15. b) **première variante de résolution**		
Un vecteur normal des droites est $\mathbf{n}_e(5; -2)$ et	1 point	
$\mathbf{n}_f(2; 5)$.	1 point	
Le produit scalaire des vecteurs normaux : $\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{n}_f = 5\cdot 2 + (-2)\cdot 5 = 10 - 10 = 0$.	1 point	*Ces 2 points doivent être accordés même si le candidat se réfère au fait que l'un des vecteur normaux peut être obtenu en faisant tourner l'autre de 90°.*
Donc les deux droites sont perpendiculaires.	1 point	
Total:	**4 points**	

15. b) **deuxième variante de résolution**		
La pente des droites est: $m_e = \frac{5}{2}$,	1 point	
$m_f = -\frac{2}{5}$.	1 point	
Le produit des pentes est –1 ,	1 point	
donc les deux droites sont perpendiculaires.	1 point	
Total:	**4 points**	

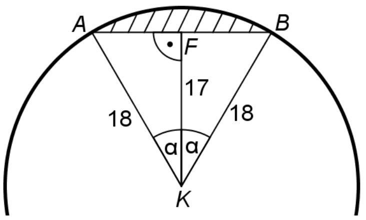
15. c)		
Le pente de la droite *e* est de 2,5 donc pour l'angle α de *e* et de l'axe des *x* on a tgα = 2,5.	3 points	
D'oů $\alpha \approx 68{,}2°$.	1 point	
Total:	**4 points**	

II. B

16. a)		
$M = -4{,}42 + \frac{2}{3}\lg\left(1{,}344 \cdot 10^{14}\right)$	1 point	
$M \approx 5$	2 points	*Toute valeur comprise entre 4,9 et 5 peut être acceptée.*
Total:	**3 points**	

16. b)		
$9{,}3 = -4{,}42 + \frac{2}{3}\lg E$.	1 point	
$\lg E = 20{,}58$.	1 point	
Alors la quantité de l'énergie dégagée est à peu près $E \approx 3{,}8 \cdot 10^{20}$ (J).	1 point	
Total:	**3 points**	

16. c)		
La puissance du tremblement de terre du Chili était supérieure de 2 à celle du tremblement de terre du Canada : $-4{,}42 + \frac{2}{3} \cdot \lg E_C = -4{,}42 + \frac{2}{3} \cdot \lg E_K + 2$.	1 point	
En rangeant : $\lg E_C - \lg E_K = 3$.	1 point	
(En appliquant l'identité du logarithme) $\lg \frac{E_C}{E_K} = 3$.	1 point	
D'où $\frac{E_C}{E_K} = 1000$.	1 point	
La quantité d'énergie dégagée était 1000 fois plus élevée.	1 point	
Total:	**5 points**	

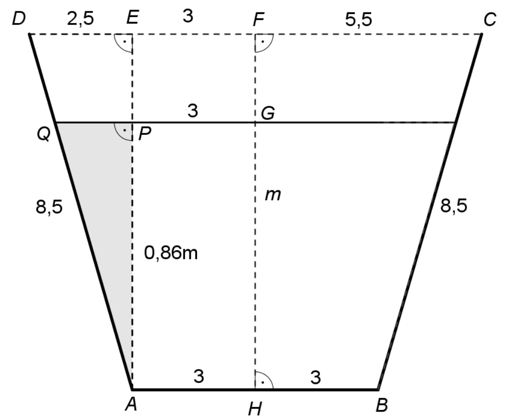
<table>
<tr><th colspan="3">16. d)</th></tr>
<tr><td>On utilise les notations du schéma.


Dans le triangle rectangle AKF :
$\cos\alpha = \frac{17}{18}$,</td><td>1 point</td><td></td></tr>
<tr><td>$\alpha \approx 19{,}2°$. ($2\alpha \approx 38{,}4°$.)</td><td>1 point</td><td>On peut accepter $\alpha \approx 19°$ aussi.</td></tr>
<tr><td>$T_{AKB\Delta} \approx \frac{18^2 \cdot \sin 38{,}4°}{2}$ (≈ 100,6 km²).</td><td>1 point</td><td rowspan="3">Il a droit à 1 point au plus s'il applique erronément la formule d'aire du segment circulaire du formulaire (függvénytáblázat).</td></tr>
<tr><td>$T_{\text{secteur circulaire}} \approx 18^2 \pi \cdot \frac{38{,}4°}{360°}$ (≈ 108,6 km²).</td><td>1 point</td></tr>
<tr><td>$T_{\text{segment circulaire}} \approx 108{,}6 - 100{,}6 = 8$ (km²).</td><td>1 point</td></tr>
<tr><td>L'aire du terrain détruit est à peu près 8 km².</td><td>1 point</td><td></td></tr>
<tr><td align="right">Total:</td><td>6 points</td><td></td></tr>
</table>

17. a)		
Au total: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4$,	2 points	
donc on peut former 840 nombres de quatre chiffres.	1 point	
Total:	**3 points**	

17. b)		
Chacun des cinq premiers chiffres peut être n'importe quel des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 ce qui fait 5^5 (=3125) de possibilités au total.	2 points	
A cause de la divisibilité par 4, les deux derniers chiffres doivent être choisis des cinq cas suivants : 12, 24, 32, 44, 52.	2 points	*1 point s'il donne 4 possibilités correctes (mais aucune erronée) ou toutes les cinq possibilités correctes et une erronée. Aucun point en cas d'autres réponses erronées.*
Au total $5^5 \cdot 5$,	1 point	
donc on peut former 15 625 nombres de sept chiffres.	1 point	
Total:	**6 points**	

17. c)		
Chacun des chiffres 1, 2, 3, 4, 5 figure dans le nombre de six chiffres parmi lesquels l'un y figure exactement 2 fois.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
C'est uniquement le chiffre 3 qui y figure deux fois,	1 point	
parce que la somme des chiffres doit être divisible par trois,	1 point	
et $1+2+3+4+5=15$ (ce qui est divisible par 3).	1 point	
La position des deux chiffres 3 peut être choisi en $\binom{6}{2}$ façons différentes.	1 point	*Le nombre des nombres de 6 chiffres correspondants est le nombre de toutes les permutations des caractères 1; 2; 3; 3; 4; 5 donc* $\frac{6!}{2!}=360$.
Aux 4 positions qui restent, on peut placer les autres chiffres en 4! de façons.	1 point	
Alors le nombre total des nombres de six chiffres est $\binom{6}{2}\cdot 4!$,	1 point	
donc il y en a 360.	1 point	
Total:	**8 points**	

18 a)		
 Pour le tracé de la figure et pour indiquer les données.	1 point	*On accorde ce point à une solution correcte même en l'absence du schéma.* *Ce point ne peut pas être donné si le candidat calcule avec les diamètres donnés comme rayons.*
La hauteur du cône tronqué est de m cm. (A cause de la symétrie) $ED = 2{,}5$ cm.	1 point	
Dans le triangle rectangle AED ($AD = 8{,}5$; $AE = m$): $m^2 = 8{,}5^2 - 2{,}5^2$, $m \approx 8{,}1$.	1 point	
86% de m : $0{,}86m \approx 7{,}0$.	1 point	
Les triangles rectangles APQ et AED sont semblables (tous les deux sont rectangles et ils ont un angle aigu commun) ;	1 point	
leur rapport de similitude (le rapport de la longueur des côtés correspondants) 0,86.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors des calculs.*
Par conséquent $PQ = 0{,}86 \cdot DE$, d'où $PQ = 0{,}86 \cdot 2{,}5 = 2{,}15$.	1 point	*On peut accepter l'arrondi $PQ \approx 2{,}2$ aussi.*
Le rayon de la section plane : $GQ = 3 + 2{,}15 = 5{,}15$.	1 point	*On peut accepter $GQ \approx 5{,}2$ aussi.*
Le volume de crème aigre : $V \approx \frac{7{,}0 \cdot \pi}{3} \cdot \left(5{,}15^2 + 3^2 + 5{,}15 \cdot 3\right)$.	1 point	
$V \approx 372{,}9$ (cm^3).	1 point	
Le volume de crème aigre arrondi au 10 cm^3 est de 370 cm^3.	1 point	*Ce point doit être accordé même s'il calcule avec $GQ \approx 5{,}2$ qui résulte que le volume de crème aigre – avec un arrondi correct– est de 380 cm^3.*
Total:	**11 points**	

18. b) **première variante de résolution**		
On calcule avec l'événement complémentaire.	1 point	*Ce point doit être accordé même si cette idée n'apparaît que lors des calculs.*
La probabilité du choix d'une boîte endommagée est de 0,03, donc celle du choix d'une boîte correcte est de 0,97.	1 point	
La probabilité que le contrôleur ne trouve aucun produit de rebut est $0{,}97^{10}$,	2 points	
alors la probabilité d'en trouver au moins un est $1 - 0{,}97^{10}$ ($\approx 0{,}2626$).	1 point	
La probabilité cherchée arrondie au centième est de 0,26.	1 point	*Ce point doit être accordé même si le candidat donne la probabilité en pourcentage (26% ou 26,26%)*
Total:	**6 points**	

18. b) **deuxième variante de résolution**		
La probabilité du choix d'une boîte endommagée est de 0,03, donc celle du choix d'une boîte correcte est de 0,97.	1 point	
Soit $P(k)$ la probabilité de l'événement où parmi les 10 boîtes choisies il y a k de rebut. $P(1)=\binom{10}{1}\cdot 0{,}03\cdot 0{,}97^{9}\approx 0{,}228$; $P(2)=\binom{10}{2}\cdot 0{,}03^{2}\cdot 0{,}97^{8}\approx 0{,}032$; $P(3)=\binom{10}{3}\cdot 0{,}03^{3}\cdot 0{,}97^{7}\approx 0{,}003$; $P(4)=\binom{10}{4}\cdot 0{,}03^{4}\cdot 0{,}97^{6}\approx 0{,}0001$. Dans les cas où $5 \le k \le 10$, toutes les probabilités sont inférieures à 0,00001par conséquent leur somme n'ont pas d'influence sur la valeur approchée au dixième près.	3 points	*1 point s'il applique correctement au moins une fois la relation relative à la distributions binomiale (il remplace correctement). 1 point s'il sait qu'il doit examiner 10 cas. Il peut obtenir tous les points (3 points) s'il aboutit au résultat correct en appliquant le raisonnement de la résolution écrit ci dessus. Ou bien il écrit correctement tous les 10 cas.*
La probabilité cherchée est à peu près $0{,}228+0{,}032+0{,}003=0{,}263$,	1 point	
arrondi au centième 0,26.	1 point	
Total:	**6 points**	