ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2013. május 7.

MATEMATIKA NÉMET NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

1. Die Arbeit ist **mit einem andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, zu korrigieren. Die Fehler und die fehlenden Schritte sind wie üblich zu markieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. **Bei einwandfreier Lösung** kann ohne Angabe von Teilpunkten die maximale Punktzahl eingetragen werden.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** an.
5. Außer den Abbildungen dürfen die mit Bleistift geschriebenen Teile nicht bewertet werden!

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösungen** vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Offensichtlich gute Lösungswege und Endergebnisse können auch dann mit maximalen Punktzahlen bewertet werden, wenn sie **weniger ausführlich** als die beschriebene Musterlösung in der Anweisung sind.
4. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet und dadurch das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
5. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler***,* so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit (diese wird in der Anweisung mit Doppellinie markiert) auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, dadurch aber das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.
6. Wenn in der Anweisung eine **Einheit** oder eine **Bemerkung** in Klammern steht, dann kann die Lösung auch ohne diese mit voller Punktzahl bewertet werden.
7. Bei mehreren Lösungen für eine Aufgabe ist **nur die eine zu bewerten, die der Schüler markiert hat**.
8. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) sind **nicht zugelassen**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht weiterverwendet werden.
10. **Im Teil II. B sind aus den 3 Aufgaben nur Lösungen von 2 Aufgaben zu bewerten.** Der Abiturient hat die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen – vermutlich – eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1.		
Der Bruch nach dem Kürzen ist: $\frac{a-2b}{3}$.	2 Punkte	*Die 2 Punkte sind nicht weiter zu zerlegen.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

2.		
Ein Rotationszylinder entsteht, dessen Radius 5 cm ist, seine Höhe ist 12 cm.	1 Punkt	*Wenn diese Angaben auf der Abbildung vorkommen, dann steht dem Schüler der 1 Punkt zu.*
$V = 25\pi \cdot 12$ (cm^3).	1 Punkt	
Das Volumen des Rotationszylinders ist 300π cm^3.	1 Punkt	*Die im Dezimalbruch angegebene Lösung ist auch richtig.*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

3.		
Die Anzahl der reellen Wurzeln ist: 1.	2 Punkte	*Wenn die Antwort x=5 ist, dann 1 Punkt. Wenn die Antwort 5 ist, dann 0 Punkte.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

4.		
$x_1 = 14,\ x_2 = -14$	2 Punkte	*Nach den richtigen Antworten je 1 Punkt.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

5.		
Der Ortsvektor des Mittelpunktes ist: $\vec{f} = \frac{\vec{a}+\vec{b}}{2}$.	1 Punkt	
Umgeformt: $\vec{b} = 2\vec{f} - \vec{a}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

6.		
Der kleinste gesuchte positive Winkel ist 30º.	2 Punkte	*Wenn er nur 750º= 2·360º+30º aufschreibt, bekommt er 1 Punkt.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

7.		
$x^2 + 18x + 81 = (x+9)^2$	1 Punkt	
Das Quadrat einer Zahl ist dann am kleinsten, wenn 0 quadriert wird. Die Funktion nimmt den kleinsten Wert bei $x = -9$ an.	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

8.		
$2^4=16$ fünfstellige, positive Zahlen gibt es.	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

9.		
I. Gruppe 180 Personen, II. Gruppe 240 Personen, III. Gruppe 300 Personen.	1-1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

10.		
Die Gleichung wird umgeformt: $2x-7y=0$.	1 Punkt	
Der Normalvektor der senkrechten Geraden auf e ist **n** (7 ; 2),	1 Punkt	
so ist die Gleichung von e : $7x + 2y = 33$.	1 Punkt	*Beliebige richtige Form der Gleichung ist akzeptabel.*
Insgesamt:	**3 Punkte**	

11.		
A: richtig; B: falsch; C: richtig; D: richtig.	1-1 Punkt	.
Insgesamt:	**4 Punkte**	

12.		
Man schreibt die Glieder auf: $a_1=-1,\quad a_2=1,\quad a_3=0,\quad a_4=1,\quad a_5=1,\quad a_6=2$.	2 Punkte	
So ist $S_6=4$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

II. A

13. a)		
Die Seite des Quadrats ist a, a die Seiten des Rechtecks sind a, und $\frac{a}{3}$.	1 Punkt	*Wenn diese Bezeichnungen nur auf der Abbildung vorkommen, dann steht auch dieser Punkt dem Schüler zu.*
Der Umfang eines Rechtecks ist $2a+\frac{2a}{3}=24$,	2 Punkte	
woraus $a=9$ cm.	1 Punkt	
Die Fläche des Quadrats ist 81 cm^2.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

13. b) erste Lösung		
Nach dem Pythagoras-Satz $13^2-12^2=x^2$ (oder 13,12, 5 sind ein pythagoreisches Zahlentrippel),	1 Punkt	
die Kathete des rechtwinkligen Dreiecks ist (BP) 5 cm.	1 Punkt	
Die Fläche des Dreiecks mit zwei Formeln: $T=\frac{a\cdot b}{2}=\frac{c\cdot m_c}{2}$,	2 Punkte	
woraus $a\cdot b=c\cdot m_c$,	1 Punkt	
also $m_c=\frac{a\cdot b}{c}=\frac{60}{13}$.	1 Punkt	
Die Höhe zur Hypotenuse ist 4,6 cm lang.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

13. b) zweite Lösung		
Nach dem Pythagoras-Satz $13^2-12^2=x^2$ (oder 13,12, 5 sind ein pythagoreisches Zahlentrippel),	1 Punkt	
die Kathete des rechtwinkligen Dreiecks ist (BP) 5 cm.	1 Punkt	
Wegen des Kathetensatzes: $5=\sqrt{13\cdot p}$,	2 Punkte	
$p=\frac{25}{13}\approx 1{,}92$.	1 Punkt	
Pythagoras-Satz $m_c{}^2=5^2-\left(\frac{25}{13}\right)^2$	1 Punkt	
Die Höhe zur Hypotenuse ist 4,6 cm lang.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

13. b) **Dritte Lösung**		
Seien im Dreieck ABP der Winkel in der Ecke A α, der Fußpunkt der Höhe zur Hypotenuse AP Q. Im rechtwinkligen Dreieck ABP ist $\cos\alpha = \frac{AB}{AP} = \frac{12}{13}$.	2 Punkte	
$\alpha \approx 22{,}62°$.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch zu geben, wenn er später den Wert* $\sin\alpha$ *richtig berechnet.*
Im rechtwinkligen Dreieck AQB ist $\sin\alpha = \frac{BQ}{AB} = \frac{BQ}{12}$.	2 Punkte	
$BQ = 12 \cdot \sin\alpha \approx 12 \cdot 0{,}3846 \approx 4{,}6152$.	1 Punkt	
Die Höhe zur Hypotenuse ist 4,6 cm lang.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

14. a)		
Der Definitionsbereich ist: $\left(\text{wegen } 2x-5>0 \text{ und } x>0\right)\ x > \frac{5}{2}$.	1 Punkt	*Wenn der Schüler die erhaltene Wurzel mit einer Probe kontrolliert, steht ihm dieser Punkt zu.*
(Die Logarithmusgesetze verwendet:) $2x-5 = \frac{x}{3}$.	2 Punkte	
Nach dem Ordnen der Gleichung: $x = 3$.	1 Punkt	
Die erhaltene Wurzel ist ein Element des Definitionsbereches, sie ist also eine Lösung.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

14. b)		
$0 \le 13-2x$, so ist $x \le 6{,}5$.	1 Punkt	*Wenn der Schüler die erhaltene Wurzel mit einer Probe kontrolliert, und er die falsche Wurzel ausschließt, stehen ihm diese Punkte zu.*
$0 \le \sqrt{13-2x} = x-5$, woraus $5 \le x$. Die Gleichung hat also nur im Fall $5 \le x \le 6{,}5$ eine Lösung.	1 Punkt	
Wenn man beide Seiten quadriert: das Quadrat der linken Seite ist $13-2x$.	1 Punkt	
Das Quadrat der rechten Seite ist: $x^2-10x+25$.	1 Punkt	
Die zu lösende Quadratische Gleichung ist: $0 = x^2-8x+12$.	1 Punkt	
woraus: $x=6$ oder $x=2$.	1 Punkt	
Die einzige reelle Wurzel der Gleichung in der Grundmenge ist 6.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

15. a)		
Beide Ausbildungen haben 20 Leute,	1 Punkt	
weil die Anzahl der Urkunden 42+28=70 ist, die um 20 mehr als die Anzahl der ausgebildeten Mitarbeiter ist.	1 Punkt	*Dieser Punkt steht dem Schüler auch für eine entsprechende Mengendarstellung zu.*
So gibt es 22 Leute, die nur eine Technikerausbildung haben.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

15. b)		
Wenn die Anzahl der Mitarbeiter, die jünger als 30 Jahre sind, x ist,	1 Punkt	*Wenn dieser Gedanke nur während der Lösung vorkommt, steht dem Schüler dieser Punkt auch zu.*
dann ist der Durchschnitt: $\frac{x \cdot 148000 + (50-x) \cdot 173000}{50} = 165\,000$.	1 Punkt	
$x=16$	1 Punkt	
Im Labor sind 16 Mitarbeiter jünger als 30 Jahre.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

15. c)		
Die Kosten von 5 Mitarbeitern werden bezahlt.	1 Punkt	
Die Anzahl aller Fälle ist: $\binom{25}{5}$,	1 Punkt	
Die Anzahl der günstigen Fälle ist: $\binom{17}{5}$.	1 Punkt	
(Wenn man das Modell der klassischen Wahrscheinlichkeitsrechnung verwendet :) $\frac{\binom{17}{5}}{\binom{25}{5}} = \frac{6188}{53130} \approx 0{,}1165.$	1 Punkt	
0,12 (bzw. 11,65%) ist die Wahrscheinlichkeit, dass 5 Frauen ausgewählt werden.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

II. B

16. a)		
Für die Länge *c* der dritten Seite (wegen der Dreiecksungleichung) gilt, dass die Ungleichungen $20+c>22$	1 Punkt	
und $c<20+22$ erfüllt werden müssen.	1 Punkt	
So ist $2<c<42$.	1 Punkt	
Wenn auch die dritte Seite eine ganze Zahl ist, dann ist der kleinste Wert für *c* 3, der größte Wert 41.	1 Punkt	
Das bedeutet 39 entsprechende Dreiecke.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

16. b)		
(Wenn der eingeschlossene Winkel der zwei Seiten γ ist) $88=\frac{20\cdot 22\cdot \sin\gamma}{2}$.	1 Punkt	
woraus $\sin\gamma=0{,}4$.	1 Punkt	
$\gamma_1\approx 23{,}6^\circ$	1 Punkt	
$\gamma_2\approx 156{,}4^\circ$	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

16. c)		
Bei $\gamma_1\approx 23{,}6^\circ$ kann man die Länge der dritten Seite (c_1) mit dem Kosinussatz berechnen.	1 Punkt	*Wenn dieser Gedanke nur während der Lösung vorkommt, steht dem Schüler dieser Punkt auch zu.*
$c_1^2\approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 23{,}6^\circ$	1 Punkt	
$c_1^2\approx 77{,}568$,	1 Punkt	
und daraus ist $c_1\approx 8{,}8$ Einheiten lang.	1 Punkt	
Bei $\gamma_2\approx 156{,}4^\circ$ ist die Länge der dritten Seite (c_2): $c_2^2\approx 20^2+22^2-2\cdot 20\cdot 22\cdot\cos 156{,}4^\circ$.	1 Punkt	
$c_2^2\approx 884-880\cdot(-0{,}9164)$, also $c_2^2\approx 1690{,}4$ und daraus ist	1 Punkt	
$c_2\approx 41{,}1$ Einheiten lang.	1 Punkt	
Die dritte Seite des Dreiecks kann $\approx 8{,}8$ Einheiten oder $\approx 41{,}1$ Einheiten lang sein.	1 Punkt	
Insgesamt:	**8 Punkte**	*Wenn der Schüler nur mit dem einen Fall rechnet, kann er für diesen Teil maximal 4 Punkte bekommen.*

17. a)		
Die Miete von Gábor wächst wie eine geometrische Folge, $a_1 = 100$ und $a_{24} = 200$.	1 Punkt	
$100 \cdot q^{23} = 200$, $q^{23} = 2$ (wo $q = 1 + \frac{p}{100}$)	1 Punkt	
$q = \sqrt[23]{2} = 2^{\frac{1}{23}}$ $(\approx 1{,}0306)$	1 Punkt	
$p = 3{,}06$,	1 Punkt	
d.h. Gábor muss monatlich um 3,06% mehr Miete bezahlen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

17. b)		
Die Miete von Péter wächst wie eine arithmetische Folge, $b_1 = 100$ und $b_{24} = 200$,	1 Punkt	
$200 = 100 + 23 \cdot d$	1 Punkt	
$d = \frac{100}{23} \approx 4{,}35$, das monatliche Wachstum ist 4,35 Taler.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

17. c)		
Die Summe der ersten 24 Glieder der Folge ist:	1 Punkt	*Wenn dieser Gedanke nur während der Lösung vorkommt, steht dem Schüler dieser Punkt auch zu.*
$S_{Gábor} = 100 \cdot \frac{\left(\sqrt[23]{2}\right)^{24} - 1}{\sqrt[23]{2} - 1} \approx 3468{,}45$.	2 Punkte	
$S_{Péter} = \frac{100 + 200}{2} \cdot 24 = 3600$.	2 Punkte	
Péter bezahlt in den 24 Monaten 132 Taler mehr Miete als Gábor.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	
Mit Graphen dargestellt kann man über die Monatsmieten sehen, dass Péter jeden Monat mehr Miete bezahlen muss als Gábor (bis auf die 1. und 24. Monate). Deshalb ist es eindeutig, dass Peter in den 24 Monaten mehr Miete bezahlt als Gábor. Für den richtigen Gedankengang anhand der richtig und klar angegebenen Graphen kann der Schüler 3 Punkte bekommen.		

17. d)		
Péter hat in den ersten 12 Monaten $S_{12} = \dfrac{2 \cdot 100 + 11 \cdot \dfrac{100}{23}}{2} \cdot 12 \approx 1487$ Taler Miete bezahlt,	1 Punkt	
in den zweiten 12 Monaten 2113 Taler.	1 Punkt	
$\dfrac{2113}{1487} \approx 1{,}421$, also Péter hat im zweiten Jahr um 42,1% mehr Miete als im ersten bezahlt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

18. a) erste Lösung		
Wenn man nicht beachtet, dass die zwei Waren nicht nebeneinander kommen dürfen, dann gibt es 6! Reihenfolgen der sechs Waren.	1 Punkt	
Wenn die zwei Waren nebeneinander kommen, aber ihre Reihenfolgen nicht beachtet werden, dann gibt es 5! verschiedene Reihenfolgen.	1 Punkt	
Wenn die Reihenfolgen auch dieser zwei Waren beachtet werden, dann kann man die sechs Waren in $2 \cdot 5!$ Reihenfolgen auf die Regale stellen.	1 Punkt	
Man bekommt die Anzahl der gefragten Reihenfolgen, wenn man aus allen Reihenfolgen die ausnimmt, in denen Weizengrieß und Semmelbrösel nebeneinander stehen: $6! - 2 \cdot 5!$.	2 Punkte	*Für einen nicht so ausführlichen Gedankengang bekommt er die 2 Punkte.*
Also in 480 Reihenfolgen kann der Angestellte die sechs Waren auf das Regal stellen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	*Wenn der Schüler nicht beachtet, dass die zwei Waren nicht nebeneinander kommen dürfen, darf er höchstens 1 Punkt bekommen.*

18. a) **zweite Lösung**		
Ausschließlich die Weizengrieß und Semmelbrösel können in $6 \cdot 5$, also 30 Reihenfolgen nebeneinander gestellt werden.	1 Punkt	
In 5 Fällen können die zwei Waren nebeneinander kommen, wenn ihre Reihenfolgen nicht beachtet werden,	1 Punkt	
aber weil auch ihre Reihenfolgen zählen, in 10 Fällen.	1 Punkt	
So können die zwei Waren in $(30-10=)$ 20 Reihenfolgen auf das Regal gestellt werden, so dass sie nicht nebeneinander stehen.	1 Punkt	
In allen 20 Fällen können die anderen vier Waren in 4! Reihenfolgen aufgestellt werden.	1 Punkt	
Er kann also die sechs Waren in $20 \cdot 4! = 480$ Reihenfolgen auf das Regal stellen.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

18. b)		
Insgesamt 325 (=176+109+40) Stück Brot wurde bestellt und 42 Stück zurückgeschickt,	1 Punkt	
das ist 12,9 % der bestellten Menge.	1 Punkt	
Insgesamt 695 (=314+381) Stück Gebäck wurde bestellt und 34 Stück zurückgeschickt	1 Punkt	
das ist 4,9 % der bestellten Menge.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

18. c)		
Die Anzahl des verkauften Gebäcks an den einzelnen Tagen sind: 124; 133; 132; 122; 150 Stück.	1 Punkt	
Zwei Tage kann man auf $\binom{5}{2}$ Weisen auswählen.	1 Punkt	
(an 3 Tagen wurden mindestens 130 Stück verkauft.) Auf $\binom{3}{2}$ Weisen kann man die gewünschten zwei Tage auswählen,	1 Punkt	
so ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit $\dfrac{\binom{3}{2}}{\binom{5}{2}} = 0{,}3$	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

18. d)		
Aus 1 kg Weißbrot ($\frac{155}{5}=$) 31 Stück, Aus ½ kg Weißbrot ($\frac{95}{5}=$) 19 Stück, Aus Roggenbrot ($\frac{33}{5}=6{,}6$) 7 Stück,	2 Punkte	*Für zwei richtige Antworten 1 Punkt, für eine richtige Antwort ist kein Punkt zu geben.*
Es wurden 58 Brötchen, 68 Hörnchen bestellt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	