ÉRETTSÉGI VIZSGA ● 2013. október 15.

MATEMATIKA FRANCIA NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Instructions importantes

Les prescriptions de forme:

1. La copie doit être corrigée **au stylo de couleur différente** de celle utilisée par le candidat, et il faut indiquer les fautes, les lacunes etc. selon la pratique pédagogique.
2. Le nombre de points maximal apparaît dans le premier des rectangles gris se trouvant à côté des exercices. **Le nombre de points** donné par l'examinateur doit figurer dans **le rectangle** adjacent.
3. **En cas de solution impeccable,** il est suffisant d'inscrire le nombre de points maximal dans les rectangles correspondants.
4. En cas de solution incomplète ou fausse, veuillez écrire **les nombres de points partiels** aussi sur la copie.
5. A part les schémas, **les parties écrites au crayon** ne doivent pas être évaluées par l'examinateur.

Les demandes de contenu:

1. A certains exercices, on a donné l'évaluation de plusieurs variantes de résolution. Si une **résolution en diffère,** recherchez-y les parties de résolution qui équivalent à certains détails du guide, et proposez des points en fonction.
2. Les points proposés par le guide d'évaluation **peuvent être décomposés**. Toutefois, les points proposables doivent être entiers.
3. Si dans la solution on rencontre **une erreur de calcul** ou une inexactitude alors on enlève seulement les points de la partie où l'étudiant a commis l'erreur. S'il continue le calcul en utilisant le résultat partiel faux mais par un raisonnement juste et le problème n'a pas été fondamentalement modifié alors il a droit aux points partiels ultérieurs.
4. **En cas d'une erreur de principe,** dans une même unité conceptuelle (dans le guide, elles sont séparées de double ligne), on n'accorde aucun point même si certaines étapes mathématiques sont formellement correctes. Cependant si le candidat continue le calcul, à la base du faux résultat issu de l'erreur de principe, mais d'une manière juste dans l'unité conceptuelle ou la question partielle suivante, et le problème n'a pas été fondamentalement modifié, alors il a droit au point maximal de cette partie.
5. Si une **unité de mesure** ou une **remarque** est mise entre parenthèses dans le guide alors même en l'absence de celle-ci, la solution est complète.
6. Sur **les différentes tentatives de solution** correctes données à un exercice, la variante indiquée par le candidat sera évaluée seulement.
7. On ne peut pas accorder **de bonus** aux solutions (à savoir un nombre de points dépassant le maximum des points voulus pour l'exercice ou partie d'exercice donné).
8. **Un enlèvement de points ne doit pas se faire** pour des calculs partiels, étapes partielles qui sont faux mais ne sont pas effectivement utilisés.
9. **La résolution de seulement 2 exercices sur les trois proposés de la partie II/B de l'épreuve écrite peuvent être évaluées.** Dans la case correspondante, le candidat a -vraisemblablement- marqué le numéro de l'exercice dont il ne désire pas l'évaluation dans la somme totale des points. Ainsi, il ne faut même pas corriger la solution éventuellement donnée à l'exercice marqué. Si le candidat ne marque pas d'une manière univoque le numéro de l'exercice dont l'évaluation n'est pas demandée alors c'est automatiquement le dernier exercice dans l'ordre proposé qu'il ne faudra pas évaluer.

I.

1.		
$A \setminus B = \{-4; -3; -2; -1; 0\}$	2 points	*1 point en cas d'une faute, 0 point en cas de plusieurs fautes.*
Total:	**2 points**	

2.		
$x_1 = -2$, $x_2 = 10$	1-1 point	
Total:	**2 points**	

3.		
$x_1 = \frac{\pi}{3}$, $x_2 = -\frac{\pi}{3}$	1-1 point	
Total:	**2 points**	

Remarque: On accorde 1 point si le candidat répond –60° et 60°. Le candidat a droit à 1 point au plus si sa solution est un nombre réel mais il ne prend pas en considération l'intervalle donné.

4.		
A) faux B) vrai C) faux	2 points	*1 point pour 2 réponses justes, 0 point pour 1 réponse juste.*
Total:	**2 points**	

5. **première variante de résolution**		
x désigne le nombre des électeurs alors d'après le texte de l'exercice $x \cdot 0{,}635 \cdot 0{,}436 = 4\,152\,900$.	2 points	
Le nombre des électeurs : $x = 15\,000\,000$ hab.	1 point	
Total:	**3 points**	

5. **deuxième variante de résolution**		
$\frac{4\,152\,900}{0{,}436} =$	1 point	
= 9 525 000 ont participé à l'élection.	1 point	
Le nombre des électeurs: $\frac{9\,525\,000}{0{,}635} = 15\,000\,000$ hab.	1 point	
Total:	**3 points**	

6.		
$b = 140$	1 point	
$m = -20$	2 points	*1 point pour m = 20.*
Total:	**3 points**	

7.		
B) et D)	2 points	
Total:	**2 points**	

Remarque : 1 point pour 1 réponse correcte ou pour 2 réponses correctes et 1 réponse erronée. Aucun point pour tout autre cas.

8.		
Si la raison de la suite arithmétique est notée par d alors $3d = -15$,	1 point	*Ce point doit être accordé pour l'écriture du système d'équations* $\left.\begin{array}{l} a_1 + 5d = 15 \\ a_1 + 8d = 0 \end{array}\right\}$
d'où $d = -5$.	1 point	
Le premier terme de la suite est 40.	1 point	
Total:	**3 points**	

Remarque: Si le candidat trouve la juste réponse par l'énumération des neuf premiers termes de la suite alors il a également droit aux trois points.

9.		
Un graphe qui convient aux conditions.	2 points	*Non décomposables.*
Total:	**2 points**	

Remarque: Le graphe peut contenir des arêtes parallèles et/ou des boucles aussi.

10.		
L'ensemble de valeurs de f est [0,5; 4].	1 point	
$a = 0{,}5$	2 points	*1 point pour l'écriture d'une juste équation (p.ex. $a^1 = 0{,}5$).*
Total:	**3 points**	

11.		
Chacun des numéros se trouvant sur les faces d'un dé régulier est un diviseur de 60,	2 points	
ainsi la probabilité de l'événement (certaine) en question est 1.	1 point	
Total:	**3 points**	

12.		
La quantité de la pomme jonatán est 36 (kg).	1 point	
L'angle au centre du secteur circulaire indiquant la proportion des pommes idared est 150 (degré),	1 point	
donc la quantité des pommes idared est 60 (kg).	1 point	
Total:	**3 points**	

II/A

13. a)		
($4x+21\geq 0$ et $x+4\geq 0$) On élève tous les deux membres au carré $x^2+8x+16=4x+21$.	2 points	
En rangeant : $x^2+4x-5=0$.	1 point	
$x_1=-5$, $x_2=1$.	1 point	
–5 n'est pas convenable,	1 point	*Selon la condition ou la vérification.*
le 1 est la bonne solution.	1 point	
Total:	**6 points**	

13. b) **première variante de résolution**		
(Avec la méthode par substitution) $y = 16 - 3x$	1 point	
$5x - 32 + 6x = 45$	1 point	
$11x = 77$	1 point	
$x = 7$	1 point	
$y = -5$	1 point	
Vérification.	1 point	
Total:	**6 points**	

13. b) **deuxième variante de résolution**		
(Avec la méthode par combinaison linéaire, on multiplie la première équation par 2:) $\left.\begin{aligned}6x+2y&=32\\5x-2y&=45\end{aligned}\right\}$	2 points	
$11x = 77$	1 point	
$x = 7$	1 point	
$y = -5$	1 point	
Vérification.	1 point	
Total:	**6 points**	

14. a) **première variante de résolution**		
La longueur de la hauteur issue du sommet *C* du triangle *ADC* est : $41\cdot\sin 47°\approx$	1 point	
≈ 30 (mm).	1 point	
Celle-ci est égale à la hauteur issue du sommet *C* du triangle *ABC*,	1 point	*Ce point doit être accordé même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
donc l'aire cherchée est $T\approx\dfrac{48\cdot 30}{2}=$	1 point	
$= 720$ mm^2.	1 point	
Total:	**5 points**	

14. a) **deuxième variante de résolution**		
L'aire du triangle ADC : $\frac{24 \cdot 41 \cdot \sin 47°}{2} \approx$	1 point	
$\approx 360\,(\text{mm}^2)$.	1 point	
La médiane CD divise l'aire du triangle ABC en deux parties égales,	2 points	*Ces deux points doivent être accordés pour le calcul de l'aire du triangle BCD aussi ou encore si cette idée n'apparaît que lors de la résolution.*
donc l'aire cherchée est $720\ \text{mm}^2$.	1 point	
Total:	**5 points**	

14. b)		
L'angle CDB est 133°.	1 point	
$BC = \sqrt{24^2 + 41^2 - 2 \cdot 24 \cdot 41 \cdot \cos 133°}$	2 points	*1 point pour trouver que le côté BC peut être calculé avec la formule d'Al Kashi.*
Ainsi la longueur du côté BC est vraiment 60 mm à l'arrondi demandé.	1 point	
Total:	**4 points**	

14. c) **première variante de résolution**		
Soit β l'angle ABC, alors du théorème de sinus dans le triangle BCD: $\frac{\sin\beta}{\sin 133°} = \frac{41}{60}$.	1 point	
$\sin\beta \approx 0{,}4998$,	1 point	
d'où $\beta \approx 30°$ (puisque l'angle intérieur au sommet D est obtus dans le triangle BCD).	1 point	
Total:	**3 points**	

14. c) **deuxième variante de résolution**		
Soit β l'angle ABC, alors de la formule d'Al Kashi dans le triangle BCD: $41^2 = 24^2 + 60^2 - 2 \cdot 24 \cdot 60 \cdot \cos\beta$	1 point	
$\cos\beta = \frac{24^2 + 60^2 - 41^2}{2 \cdot 24 \cdot 60}$ ($\approx 0{,}8663$),	1 point	
d'où $\beta \approx 30°$.	1 point	
Total:	**3 points**	

15. a) **première variante de résolution**		
Soit x le nombre de ceux qui possèdent un lave-vaisselle, le nombre de ceux qui ont un four à microonde est alors $2x$.	1 point	
Le nombre de ceux qui ont au moins un appareil est 141 : $2x + x - 63 = 141$,	2 points	
d'où $x = 68$.	1 point	
($150 - 2 \cdot 68 =$) 14 questionnés n'ont pas de four à microonde,	1 point	
qui représentent à peu près les 9,3% de tous les questionnés.	1 point	
Total:	**6 points**	

15. a) **deuxième variante de résolution**		
y désigne le nombre de ceux qui possèdent un lave-vaisselle mais qui n'ont pas de four à microonde. Alors le nombre total de ceux qui possèdent un lave-vaisselle est $y + 63$.	1 point	
Le nombre de ceux qui possèdent un four à microonde mais qui n'ont pas de lave-vaisselle : $2(y + 63) - 63 = 2y + 63$.	1 point	
Le nombre de tous les questionnés: $y + (2y + 63) + 63 + 9 = 150$,	1 point	
d'où $y = 5$.	1 point	
($5 + 9 =$) 14 questionnés n'ont pas de four à microonde,	1 point	
qui représentent à peu près les 9,3% de tous les questionnés.	1 point	
Total:	**6 points**	

15. b)		
La moyenne du nombre des ordinateurs par domicile est $\frac{3 \cdot 0 + 94 \cdot 1 + 89 \cdot 2 + 14 \cdot 3}{200} =$	1 point	*Ce point doit être accordé même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
$= 1{,}57$.	1 point	*1,6 est également acceptable.*
La médiane est 2,	1 point	
le mode est 1.	1 point	
Total:	**4 points**	

15. c)		
Les négations de la proposition : C et D.	2 points	
Total:	**2 points**	

Remarque : 1 point pour 1 réponse correcte ou pour 2 réponses correctes et 1 réponse erronée. Aucun point pour tout autre cas.

II/B

16. a)		
Le rayon du cercle de la base du cylindre est $2{,}5\cdot10^{-7}$ (m),	1 point	
son volume $V=\left(2{,}5\cdot10^{-7}\right)^2\cdot\pi\cdot2\cdot10^{-6}$,	1 point	
sous forme scientifique $V\approx3{,}9\cdot10^{-19}$ (m^3).	1 point	
L'aire du cylindre $A=2\cdot\left(2{,}5\cdot10^{-7}\right)^2\cdot\pi+5\cdot10^{-7}\cdot\pi\cdot2\cdot10^{-6}$,	1 point	
sous forme scientifique $A\approx3{,}5\cdot10^{-12}$ (m^2).	1 point	
Total:	**5 points**	

16. b)		
Le nombre des colibacilles double 6 fois en 1,5 heure,	2 points	*Ces 2 points doivent être accordés même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
donc au bout de 1,5 heure le nombre des colibacilles sera $3\,000\,000\cdot2^6=$	1 point	
= 192 millions.	1 point	
Total:	**4 points**	

16. c)		
(Le nombre des bactéries sera 600 millions dans *x* minutes.) Il nous faut résoudre l'équation $3\cdot2^{\frac{x}{15}}=600$.	2 points	
$2^{\frac{x}{15}}=200$	1 point	
$\frac{x}{15}=\log_2 200$	2 points	$\frac{x}{15}\cdot\lg2=\lg200$
$x=15\cdot\frac{\lg200}{\lg2}$	1 point	*Ce point doit être accordé même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
d'où $x\approx115$ donc	1 point	
le nombre des colibacilles sera 600 millions dans 115 minutes.	1 point	
Total:	**8 points**	

17. a)		
$\overrightarrow{AB}(6;2)$	1 point	
Un vecteur normal de la droite e : $\mathbf{n}(1;-3)$,	1 point	
son équation : $x-3y=7-3\cdot(-1)$,	1 point	
$x-3y=10$.	1 point	
Total:	**4 points**	

17. b)		
$1^2+(-3)^2-6\cdot1-2\cdot(-3)=10$, (donc le point A est sur le cercle k.)	1 point	
$7^2+(-1)^2-6\cdot7-2\cdot(-1)=10$, (donc le point B aussi est sur le cercle k.)	1 point	
La longueur de la corde AB $\sqrt{(7-1)^2+(-1+3)^2}=$	1 point	
$=\sqrt{40}(\approx 6{,}32)$.	1 point	
Total:	**4 points**	

17. c) première variante de résolution		
Un vecteur normal de la droite f : $\overrightarrow{AB}(6;2)$	1 point	
L'équation de la droite f est $3x+y=0$.	2 points	
Les coordonnées du point d'intersection se calculent par la résolution du système d'équations formé de l'équation du cercle k et de celle de la droite f.	1 point	*Ce point doit être accordé même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
De l'équation de la droite f $y=-3x$.	1 point	
On le remplace dans l'équation du cercle:: $x^2+9x^2-6x-2\cdot(-3x)=10$.	1 point	
$x^2=1$	1 point	
Sa solution (différente de 1) est $x=-1$.	1 point	
Le point cherché est alors $C(-1; 3)$.	1 point	
Total:	**9 points**	

17. c) **deuxième variante de résolution**		
Notons par C le point d'intersection autre que A. D'après la réciproque du théorème de Thalès, on sait que la corde BC est un diamètre du cercle k.	3 points	
En transformant l'équation du cercle k : $(x-3)^2+(y-1)^2=20$.	2 points	
Ainsi le centre du cercle est le point $K(3;\ 1)$.	1 point	
Le point K est le milieu du segment BC, donc pour les coordonnées du point $C(x_c\,;y_c)$: $\frac{x_C+7}{2}=3$ et $\frac{y_C-1}{2}=1$,	2 points	
d'où $C(-1;\ 3)$.	1 point	
Total:	**9 points**	

Remarque : On accorde 3 points si le candidat transforme l'équation du cercle et trouve les coordonnées correctes du centre du cercle et représente la circonférence dans le repère. S'il dessine la droite f sur le schéma et détermine les coordonnées du point d'intersection C sans justification et vérification, alors on lui accorde 2 points encore.
Le candidat a droit aux deux autres points s'il explique pourquoi sa droite tracée est perpendiculaire au segment AB, et encore deux autres points s'il remplace les coordonnées du point C trouvé dans l'équation du cercle pour prouver qu'il est sur le cercle.

18. a) **première variante de résolution**		
On choisit 2 cartes sur les 30, on peut le faire en $\binom{30}{2}=\frac{30\cdot 29}{2}$ (= 435) manières (le nombre de tous les cas).	2 points	
Le nombre des cas favorables (lorsque le nombre des deux cartes est égal) est 15.	2 points	
La probabilité cherchée: $\frac{15}{435}\left(=\frac{1}{29}\approx 0{,}0345\right)$.	1 point	*Ce point doit aussi être accordé pour une réponse juste, mais donnée en pourcentage.*
Total:	**5 points**	

18. a) **deuxième variante de résolution**		
La carte tirée pour la première fois peut être quelconque.	2 points	*Ces 2 points doivent être accordés même si le raisonnaiment correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
Dans le cas du choix de la deuxième carte, on doit tirer la seule paire de la carte premièrement tirée	1 point	
sur les 29 (le nombre de tous les cas).	1 point	
Sa probabilité est $\frac{1}{29}$ (≈ 0,0345).	1 point	*Ce point doit être accordé pour une réponse juste, mais donnée en pourcentage.*
Total:	**5 points**	

18. b) **première variante de résolution**		
Il y a 7 pièces de domino au total où le nombre des points est le même dans toutes les deux parties.	2 points	
Sur les deux parties d'une pièce, on a $7\cdot 6=42$ possibilités de placer les différents nombres de points (si on distingue les deux parties),	2 points	
mais par ainsi, on compterait chaque pièce deux fois, donc leur nombre est 21.	1 point	
Il y a 28 dominos au total dans un jeu.	1 point	
Total:	**6 points**	

18. b) deuxième variante de résolution		
Rangeons les dominos de sorte que le nombre des points de la partie gauche soit supérieur ou égal à celui de la partie droite.	1 point	*Ce point doit être accordé même si le raisonnement correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
Au total, il y a 7 pièces qui ont 6 points sur la partie gauche. (Ce sont les pièces 6-0, 6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5 et 6-6.)	1 point	
Il y a 6 autres dominos qui ont 5 points sur la partie gauche,	1 point	
et ainsi de suite jusqu'au seul domino dont toutes les deux parties sont vides (la pièce 0-0).	1 point	
Donc au total, il y a 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 =	1 point	
= 28 dominos dans le jeu.	1 point	
Total:	**6 points**	

Remarque :Si le candidat donne la réponse correcte par l'énumération de tous les cas alors il a droit aux 6 points.

18. c)		
Si quelqu'un entre en piste exactement au troisième lancer, il a pu jeter 5 sortes de numéros par lancer lors des deux premiers,	1 point	*Ces 2 points doivent être accordés même si le raisonnaiment correct du candidat n'apparaît que lors de la résolution.*
par contre un seul (le six) pour le troisième.	1 point	
Le nombre des cas favorables est alors $5 \cdot 5 \cdot 1$.	1 point	
Le nombre de tous les cas: 6^3 .	1 point	
La probabilité en question: $\frac{25}{216}$ (≈ 0,1157).	2 points	*Ces points doivent être accordés pour une réponse juste, mais donnée en pourcentage.*
Total:	**6 points**	