ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2014. május 6.

MATEMATIKA SPANYOL NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Información importante

Cuestiones formales para la corrección del examen:

1. El profesor tiene que corregir el examen con un **bolígrafo de diferente color** al utilizado por el alumno. El profesor indicará los errores, los pasos que faltan, etc., tal y como esté acostumbrado.
2. En los recuadros grises de puntuación, el primero indica la máxima puntuación que se puede dar y el **recuadro** que está al lado recoge los **puntos** que ha dado el profesor.
3. **Si no hay errores en la resolución,** es suficiente escribir los puntos máximos en el recuadro correspondiente.
4. Si hay errores o faltan pasos, indique, por favor, **los puntos correspondientes a cada parte**.
5. El profesor que corrige no podrá evaluar nada de lo que esté escrito a lápiz aparte del dibujo.

Cuestiones de contenido:

1. En algunos ejercicios, les hemos ofrecido la puntuación correspondiente a varias resoluciones. Si usted encuentra **otra resolución,** busque, por favor, las partes equivalentes de las resoluciones que propone la guía y reparta los puntos según dichas partes.
2. **Se pueden dividir** los puntos que la guía recomienda para indicar distintos pasos de una parte. Pero, en cualquier caso, los puntos que se den siempre serán enteros.
3. Si en una parte de la resolución el estudiante comete **un error de cálculo** o de precisión, no recibirá los puntos correspondientes a esta parte. Si al arrastrar este error, el resto de los pasos realizados son correctos y no cambia el sentido del problema, entonces se puntuarán el resto de los pasos.
4. En caso de **un error de aplicación teórica**, dentro de un razonamiento en la resolución (los razonamientos distintos aparecen separados con una línea doble en la guía), no se pueden dar puntos ni siquiera por los pasos matemáticamente correctos hechos tras cometer el error. Pero si en el siguiente razonamiento, se sigue trabajando bien, a pesar del resultado incorrecto causado por dicho error, se darán los puntos máximos para las siguientes partes de la resolución del problema, si no ha cambiado el sentido del mismo.
5. Si en la guía, **algún comentario** o **una unidad de medida** está entre paréntesis, la solución será correcta aunque no se escriba.
6. Si se escriben varios intentos correctos para resolver un ejercicio, **sólo se puntuará uno de ellos, el que el alumno examinado haya indicado como válido**.
7. **No se pueden dar puntos extra** (que excedan los puntos máximos que se pueden dar para el ejercicio o una parte de él).
8. **No se restan puntos** si aparecen errores en algún paso o en partes de la resolución que el alumno no utiliza después para resolver el ejercicio.
9. **De los tres ejercicios propuestos en la parte II B del examen solo se pueden puntuar dos.** Probablemente el estudiante habrá indicado el número del ejercicio eliminado, el que no se puntuará, en el cuadrado correspondiente. Si el alumno hubiera resuelto este ejercicio no habría que corregirlo. Si no queda claro cuál es el ejercicio que el alumno examinado no desea que se le corrija, entonces automáticamente, según el orden en que aparecen los ejercicios, no se corregirá el último.

I

1.		
Hay 15 chicos en la clase.	2 puntos	*Por la división de 35 en siete partes iguales, recibirá 1 punto.*
Total:	**2 puntos**	

2.		
$x = 1$	2 puntos	*Si sabe que* $\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$, *entonces se da 1 punto.*
Total:	**2 puntos**	

3.		
a) En el punto (0; 4) o en $(y =)4$.	1 punto	
b) $-2x + 4 = 6$	1 punto	*Si el alumno lee la solución de la gráfica, entonces también recibirá estos 2 puntos.*
$x = -1$	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

4.		
Escribieron el examen $(3^3 =)27$ alumnos.	2 puntos	*No se pueden dividir.*
Total:	**2 puntos**	

5.		
La suma de los grados de los vértices: 14.	2 puntos	*No se pueden dividir.*
Total:	**2 puntos**	

6.		
$5 - x \geq 0$	1 punto	
$(0 \leq)\ x \leq 5$, $(x \in \mathbf{Z})$	1 punto	
A={0; 1; 2; 3; 4; 5}	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

7.		
El ángulo 270º equivale a las $\frac{3}{4}$ partes de 360º.	1 punto	
El área del círculo es $3^2 \cdot \pi(\approx 28{,}27\ \text{cm}^2)$.	1 punto	*Si el alumno utiliza una buena aproximación de* π, *recibirá los 2 puntos.*
Área del sector circular: $\frac{27}{4} \cdot \pi(\approx 21{,}2)\ \text{cm}^2$.	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

<table>
<tr><td colspan="3">8.</td></tr>
<tr><td>

notas	1	2	3	4	5
frecuencia relativa	0	0,1	0,35	0,4	0,15

</td><td>2 puntos</td><td>En el caso de que se den los datos correctos expresados de otra forma (fracción, %) también recibirá los 2 puntos. En caso de 1 error, 1 punto, en caso de más de 1 error, no se darán puntos.</td></tr>
<tr><td>Total:</td><td>2 puntos</td><td></td></tr>
</table>

9.		
A) verdadera	1 punto	
B) falsa	1 punto	
C) verdadera	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

10.		
El radio de la esfera es la mitad de la diagonal del cubo.	1 punto	*Si esta explicación solo se deduce de los cálculos, también se dará este punto.*
Longitud de la diagonal del cubo: $7\cdot\sqrt{3}\ (\approx 12{,}1)$	1 punto	*Si utiliza la aproximación adecuada, recibirá el punto.*
Por lo tanto, el radio de la esfera es $\frac{7\cdot\sqrt{3}}{2}\approx 6{,}1$	1 punto	*Si no aproxima correctamente, no se dará el punto.*
Total:	**3 puntos**	

11.		
B)	2 puntos	
Total:	**2 puntos**	

<table>
<tr><td colspan="3">12.</td></tr>
<tr><td>(La diagonal AC divide el ángulo BCD en dos partes iguales)
El ángulo ACD mide 60º,</td><td>1 punto</td><td rowspan="2">Por el dibujo correcto que se corresponda con el enunciado del problema, recibirá 1 punto.</td></tr>
<tr><td>y el triángulo ACD es isósceles, es decir, será un triángulo regular.</td><td>1 punto</td></tr>
<tr><td>Por lo que la longitud de la diagonal buscada será de 6 cm.</td><td>1 punto</td><td></td></tr>
<tr><td>Total:</td><td>3 puntos</td><td></td></tr>
</table>

II. A

13. a)

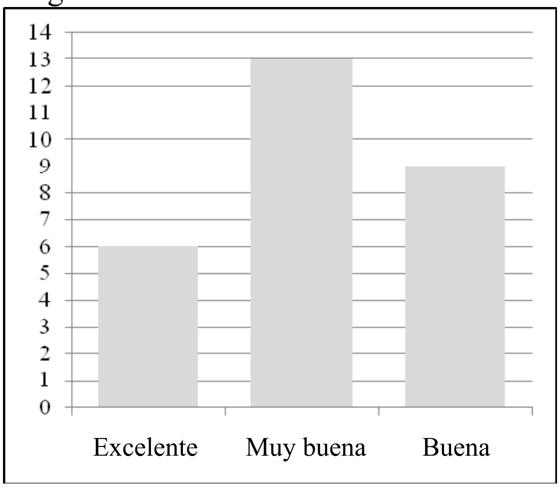
Dominio de definición: $x > 0$.	1 punto	*Si el alumno no realiza el estudio del dominio, pero asegura que la solución es correcta, por ejemplo, haciendo la sustitución, entonces también recibirá este punto.*
Por la aplicación correcta de la propiedad adecuada del logaritmo.	1 punto	
(Por la biyectividad de la función logarítmica) $\frac{7x+18}{x} = 9$ (o $7x+18 = 9x$)	1 punto	
$x = 9$	1 punto	
Por la comprobación de la solución, o bien sustituyéndola en la ecuación, o a partir de la condición $x > 0$ aludiendo además a las transformaciones equivalentes llevadas a cabo.	1 punto	
Total:	**5 puntos**	

13. b)

Haciendo el cambio de variable $a = \cos x$ (donde $-1 \le a \le 1$): $2a^2 - 7a - 4 = 0$.	1 punto	*Por ordenar la ecuación correctamente, aun cuando no aplique el cambio de variable, también se dará el punto.*
Las soluciones de la ecuación son $a_1 = 4$,	1 punto	
y $a_2 = -\frac{1}{2}$.	1 punto	
Para $a = \cos x = 4$ no hay solución, (ya que $\cos x \le 1$).	1 punto	
Las soluciones de la ecuación $\cos x = -\frac{1}{2}$ en el intervalo [0; 2π] son, $x_1 = \frac{2\pi}{3}$ y	1 punto*	*Si el alumno da las dos soluciones correctas de la ecuación, expresadas en grados ($x_1 = 120°$ y $x_2 = 240°$), entonces recibe 1 punto.*
$x_2 = \frac{4\pi}{3}$.	1 punto*	
Comprobación (por ejemplo, sustituyendo).	1 punto	
Total:	**7 puntos**	

*Si llega a las soluciones correctas de la ecuación, pero no se fija en el conjunto de definición dado (por ejemplo, escribe infinitas soluciones o negativas), entonces de los dos puntos marcados con *, solo se podrá dar 1 punto.*

14. a)		
La media de los datos: $\frac{83\cdot 2+76\cdot 4+69\cdot 2+...+58\cdot 4+56\cdot 4+55}{28}=$	1 punto	*También se dará este punto si se deduce de la resolución que el alumno ha utilizado este razonamiento teórico.*
$=\frac{1816}{28}\approx 64{,}86$.	1 punto	
Ya que hay un número par de datos, entonces la mediana será la media aritmética de los dos datos centrales una vez que se han ordenado de menor a mayor:	1 punto	*También se dará este punto si se deduce de la resolución que el alumno ha utilizado este razonamiento teórico.*
$\frac{61+65}{2}=63$.	1 punto	
La respuesta es que sí, que la media y la mediana difieren en al menos 1 punto.	1 punto	
Total:	**5 puntos**	

14. b)		
Hay 6 clases que merecen la calificación de “Excelente”, 13 que merecen la de “Muy buena” y 9 grupos que reciben la calificación “Buena”.	2 puntos	*Por dos cálculos correctos recibirá 1 punto, por menos, recibirá 0 puntos.*
Diagrama de barras: 	2 puntos	*Se pueden aceptar todas la representaciones correctas teóricamente, (por ejemplo, cambiando los ejes, barras pegadas). Los 2 puntos se darán por, (1) la escala del eje vertical, (2) la identificación adecuada de cada barra y (3) la representación correcta de los datos. Si solo tiene en cuenta dos cualesquiera de ellos, entonces se dará 1 punto y por menos, 0 puntos.*
Total:	**4 puntos**	

14. c) primer método		
El número de casos favorables: $2 \cdot 4 (= 8)$.	1 punto	
El número de casos posibles: $6 \cdot 5 (= 30)$.	1 punto	
La probabilidad preguntada: $P = \frac{8}{30} (= 0,2\dot{6})$.	1 punto	*También se aceptará la respuesta dada a partir de cualquier aproximación correcta o en forma de tanto por ciento.*
Total:	**3 puntos**	

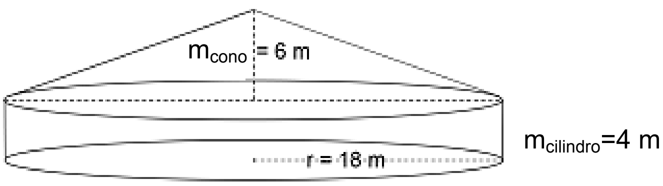
14. c) segundo método		
La probabilidad de que el examen que se encuentra arriba del todo sea de 83 puntos es $\frac{2}{6}$.	1 punto	
La probabilidad de que el examen que está debajo de él sea de 76 puntos es: $\frac{4}{5}$.	1 punto	
La probabilidad preguntada: $P = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} =\right) \frac{8}{30} (= 0,2\dot{6})$.	1 punto	*También se aceptará la respuesta dada a partir de cualquier aproximación correcta o en forma de tanto por ciento.*
Total:	**3 puntos**	

15. a)		
La distancia que se pide: $d_{AB} = \sqrt{(8-12)^2 + (9-1)^2} =$	1 punto	*Solo por escribir la fórmula (sin sustituir con los datos), no se darán puntos. Si el alumno no escribe el valor exacto y aproxima incorrectamente, entonces no recibirá el segundo punto.*
$= \sqrt{80} (\approx 8,944)$ (unidades).	1 punto	
Total:	**2 puntos**	

15. b)		
Uno de los vectores normales de la recta es el vector $\mathbf{n}_e(4;3)$.	1 punto	
La ecuación de la recta con el vector normal: $4x + 3y = 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3$,	1 punto	
o lo que es lo mismo, $4x + 3y = 25$.	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

15. c)		
Uno de los vectores de dirección de la recta *f* es el vector $\overrightarrow{AB}(4;-8)$.	1 punto	
La ecuación de la recta con el vector de dirección: $-8x-4y=(-8)\cdot 8-4\cdot 9$.	1 punto	
Ecuación de la recta *f*: $2x+y=25$.	1 punto	
(El punto de corte viene dado por la resolución del sistema de ecuaciones siguiente:) $\left.\begin{aligned}4x+3y&=25\\2x+y&=25\end{aligned}\right\}$	1 punto	*Si el alumno deduce correctamente las coordenadas del punto de corte a partir de un dibujo preciso, recibirá 1 punto. Si además comprueba los resultados sustituyéndolos en las ecuaciones de ambas rectas, entonces recibirá los 4 puntos.*
La solución del sistema: $x=25$ e $y=-25$.	2 punto	
Punto de corte: $M(25;-25)$.	1 punto	
Total:	**7 puntos**	

II B

16. a)		
Por un dibujo correcto que refleje la comprensión del ejercicio (altura del cono igual a 6 metros). 	1 punto	*También se dará este punto si el alumno trabaja con los datos correctos aunque no haya hecho el dibujo.*
Volumen del cilindro: $V_{cil}=18^2\cdot 4\cdot\pi\approx$	1 punto	*Solo por escribir la fórmula (sin sustituir con los datos del ejercicio), no se darán puntos. Si calcula correctamente con el valor 3,14 recibirá los puntos correspondientes.*
$\approx 4071{,}5$ (m^3).	1 punto	
Volumen del cono: $V_{cono}=\frac{1}{3}\cdot 18^2\cdot 6\cdot\pi\approx$	1 punto	
$\approx 2035{,}8$ (m^3).	1 punto	
$\frac{V_{cil}+V_{cono}}{6}\left(=\frac{4071{,}5+2035{,}8}{6}\approx 1017{,}9\right)$	1 punto*	
En esta carpa, el número máximo de espectadores es 1017.	1 punto*	*Si el alumno aproxima hacia arriba, no recibirá este punto.*
Total:	**7 puntos**	

*Se darán los 2 puntos marcados con *, si el alumno aproxima el volumen del cilindro a 4072 m^3 y el volumen del cono a 2036 m^3 y así determina que el número máximo de espectadores es 1018.*

16. b) primer método		
Llamamos x al número de entradas de niños que se han vendido y $1000-x$ al número de entradas de adultos.	1 punto	*Si esta explicación se deduce únicamente de la resolución, también recibirá este punto*
Una entrada de niño cuesta $800\cdot 0{,}75=600$ Ft.	1 punto	
$600x+800\cdot(1000-x)=665\ 800$	1 punto	
La solución de la ecuación: $x=671$.	1 punto	
Se vendieron 671 entradas de niños y 329 entradas de adultos.	1 punto	
Comprobar que la solución verifica el enunciado.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

16. b) segundo método		
Obtenemos el número de entradas de niños que se han vendido si de la supuesta recaudación que procedería de las 1000 entradas de adultos, restamos la recaudación obtenida realmente y esa diferencia la dividimos por el descuento que se aplica a las entradas de niños.	2 puntos	*También se darán estos 2 puntos si esta explicación se deduce únicamente de la resolución.*
Las entradas de niños tienen un descuento de $800\cdot 0{,}25=200$ Ft.	1 punto	
$\frac{800\,000-665\,800}{200}=671$	2 puntos	
Se vendieron 671 entradas de niños y 329 entradas de adultos.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

16. c)		
Los 4 acróbatas situados en el piso más bajo se pueden colocar, uno al lado del otro, de $4!(=24)$ maneras distintas,	1 punto	
los 3 acróbatas que están encima de ellos de $3!(=6)$ maneras,	1 punto	
y los 2 acróbatas situados encima, se pueden colocar de 2 maneras distintas.	1 punto	
El total de posibilidades (que se obtiene multiplicando los anteriores) será $4!\cdot 3!\cdot 2!(=288)$.	1 punto	
Total:	**4 puntos**	

17. a)		
Los números a los que se refiere el ejercicio son los términos de una progresión aritmética cuyo primer término es 2,	1 punto	*Si esta explicación solo se deduce de la resolución, también se darán estos puntos.*
y su diferencia es 3.	1 punto	
El término 25º de la progresión: $a_{25} = 2 + 24 \cdot 3 = 74$.	1 punto	
Total:	**3 puntos**	

Si enumerando los términos de la progresión llega al resultado correcto, entonces también recibirá los 3 puntos.

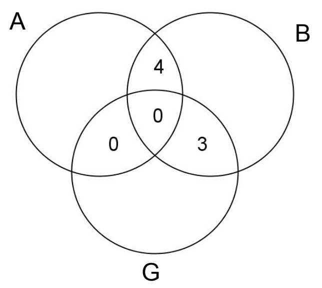
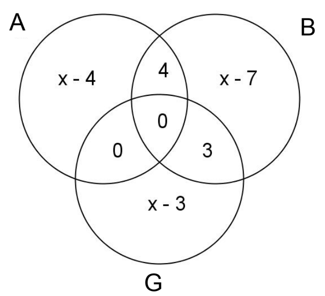
17. b)		
$S_n = \dfrac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$	1 punto	*También se dará este punto si este razonamiento teórico solo se deduce de la resolución.*
Resolveremos la ecuación (en el conjunto de los números enteros positivos) $8475 = \dfrac{2 \cdot 2 + (n-1) \cdot 3}{2} \cdot n$.	1 punto	
Ordenando llegamos a la ecuación $3n^2 + n - 16950 = 0$,	2 puntos	
cuyas soluciones son $n_1 = 75$ y $n_2 = -75,\dot{3}$.	1 punto	
La solución del ejercicio (entera positiva) es $n = 75$.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

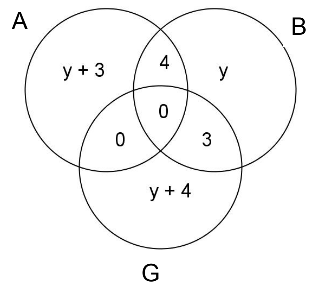
Si llega al resultado correcto enumerando los términos de la sucesión, entonces también recibirá los 6 puntos.

17. c)		
Los números enteros positivos que al dividirlos por 3 dan resto 2 y que son divisibles por 5 determinan una progresión aritmética,	1 punto	*Estos puntos también se darán si esta explicación solo se deduce del desarrollo de la resolución.*
cuya diferencia es 15.	1 punto	
El menor de estos números de tres cifras es 110,	2 puntos	*No se pueden dividir.*
y el mayor de estos números de tres cifras es 995.	2 puntos	*No se pueden dividir.*
$995 = 110 + (n-1) \cdot 15$	1 punto	*Si considera que el valor de n es* $\dfrac{995-110}{15} = 59$, *no recibirá los 2 puntos.*
En la progresión hay $n = 60$ términos (de tres cifras divisibles por 5).	1 punto	
Total:	**8 puntos**	

Si llega al resultado correcto enumerando los términos de la sucesión, entonces también recibirá los 8 puntos.

18. a)		
De entre los 32 alumnos hay 7 que eligieron dos colores, por tanto el número de los que marcaron solo un color es 25.	1 punto	
$P = \dfrac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$	1 punto	*Si esta explicación se deduce únicamente de la resolución, también se dará este punto.*
Probabilidad preguntada: $P = \dfrac{25}{32} (= 0{,}78125)$.	1 punto	*Si se indica el resultado con una aproximación correcta o en forma de tanto por ciento, también se dará este punto.*
Total:	**3 puntos**	

18. b) primer método		
Por indicar correctamente los elementos que están en las intersecciones de los conjuntos del ejercicio: 	2 puntos	
(Sea x el número de votos que se han obtenido para cada color) 	2 puntos	
$3x - 7 = 32$	2 puntos	
$x = 13$	1 punto	
(El total de los que eligieron el color blanco es 13, de entre los que $13 - 7 =$) 6 alumnos marcaron solo el color blanco.	1 punto	
Total:	**8 puntos**	

18. b) segundo método		
Por el diagrama de Venn, igual que en el apartado anterior.	2 puntos	
(Sea y el número de los que eligieron solo el color blanco) 	2 puntos	
$3y+14=32$	2 puntos	
$y=6$	1 punto	
6 alumnos marcaron solo el color blanco.	1 punto	
Total:	**8 puntos**	

18. b) tercer método		
Llamamos A al conjunto formado por los que eligieron el color amarillo, B , al conjunto de los que eligieron el color blanco y G, al conjunto de los que eligieron el granate: $\lvert A\cap B\rvert=4$ y $\lvert G\cap B\rvert=3$, además $\lvert A\cap G\rvert=0$ (y $\lvert A\cap G\cap B\rvert=0$).	2 puntos	
$\lvert A\rvert=\lvert B\rvert=\lvert G\rvert=x$	2 puntos	
(Utilizando el principio de criba llegamos a) $32=x+x+x-(4+3)$	2 puntos	
$x=13$	1 punto	
(El total de los que eligieron el color blanco es 13, de entre los que $13-7=$) 6 alumnos marcaron solo el color blanco.	1 punto	
Total:	**8 puntos**	

18. c) primer método		
Hay que considerar dos casos: que reciban flor 2 chicos y 1 chica o 1 chico y 2 chicas.	1 punto	*Si esta explicación se deduce únicamente de la resolución, también se dará este punto.*
De entre los 5 chicos, se pueden elegir a dos de $\binom{5}{2}(=10)$ maneras distintas y de entre 2 chicas se puede elegir a una de 2 maneras distintas,	1 punto	
es decir, en el primer caso hay $10 \cdot 2 = 20$ posibilidades distintas.	1 punto	
De entre 5 chicos se puede elegir a uno de 5 maneras y de entre 2 chicas se pueden elegir a dos de una manera,	1 punto	
es decir, en el segundo caso hay 5 maneras posibles.	1 punto	
(El total de posibilidades corresponde a la suma de ambos casos), es decir, $20+5=25$ maneras distintas de elegir.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

18. c) segundo método		
Obtenemos el número de maneras de elegir a los tres amigos cumpliéndose las condiciones del ejercicio, si del total de posibles maneras de elegir a tres de los siete amigos restamos aquellas que no cumplen dichas condiciones.	1 punto	*Si esta explicación se deduce únicamente de la resolución, también se dará este punto.*
De entre 7 amigos, se pueden elegir a 3 de $\binom{7}{3}(=35)$ maneras distintas,	1 punto	
entre ellas, no cumplen las condiciones del ejercicio cuando se eligen solo a chicos.	2 puntos	*Estos 2 puntos también se darán si esta explicación se deduce solo de la resolución. No se pueden dividir.*
El número de maneras de elegir sin cumplirse las condiciones es $\binom{5}{3}(=10)$.	1 punto	
Así el número de maneras de elegir cumpliéndose las condiciones es $35-10=25$.	1 punto	
Total:	**6 puntos**	

Si el alumno llega al resultado correcto enumerando sistemáticamente las distintas posibilidades, entonces recibirá los 6 puntos. Al enumerar los casos, por cada caso erróneo que escriba se descontará 1 punto, así como por cada caso bueno que omita también se restará 1 punto (hasta un máximo de 6 puntos).