ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2019. október 15.

MATEMATIKA
NÉMET NYELVEN

KÖZÉPSZINTŰ
ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI
ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Wichtige Hinweise

Formvorschriften:

1. Die Arbeit ist mit einem **andersfarbigen Stift**, als der Abiturient ihn benutzt hat, **lesbar** zu korrigieren.
2. In den Kästchen neben den Aufgaben steht zuerst die maximale Punktzahl. Der Korrektor trägt die von ihm gegebene **Punktzahl in das zweite Kästchen** ein.
3. **Bei einwandfreier Lösung** markieren Sie neben der maximalen Punktzahl mit Haken, dass Sie die Gedankeneinheit gesehen haben, und sie als richtig beurteilt haben.
4. Bei fehlerhaften oder mangelhaften Lösungen **markieren Sie den Fehler** und geben Sie bitte auch die **Teilpunkte** für die richtigen Schritte an. Wenn die Korrektur besser nachvollziehbar ist, dann dürfen auch die verlorenen Punkte markiert werden. Kein Teil darf in der Arbeit bleiben, wo nach der Korrektur nicht eindeutig ist, ob er richtig, falsch oder überflüssig ist.
5. Während der Korrektur **benutzen Sie die folgenden Bezeichnungen:**
   - richtiger Schritt: *Haken*
   - theoretischer Fehler: *zweimaliges Unterstreichen*
   - Rechenfehler oder sonstige, nicht theoretischer Fehler: *einmaliges Unterstreichen*
   - mit falschen Ausgangsdaten durchgeführter richtiger Schritt: *gestrichelter oder durchgestrichener Haken*
   - mangelhafte Begründung, mangelhaftes Aufzählen, andere Mängel: *Mangelzeichen*
   - nicht verständlicher Teil: *Fragezeichen und/oder Wellenlinie*
6. Mit **Bleistift** geschriebenen Teile außer Abbildungen dürfen nicht bewertet werden.

Inhaltliche Fragen:

1. Bei einigen Aufgaben sind verschiedene Lösungswege angegeben. Wenn eine von diesen **unterschiedlichen Lösungen** vorkommt, suchen Sie die gleichwertigen Teile und verteilen die Punkte entsprechend.
2. Die vorgeschriebenen Punktzahlen lassen sich weiter **zerlegen, es sei denn der Lösungsschlüssel das nicht erlaubt**, dürfen aber nur als ganze Punkte vergeben werden.
3. Wenn der Schüler einen **Rechenfehler** macht oder ungenau wird, bekommt er nur für den Teil keinen Punkt, wo der Fehler lag. Wenn er mit falschem Teilergebnis, aber mit richtigem Gedankengang weiterrechnet, und dadurch das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, sind die weiteren Teilpunkte zu gewähren.
4. Begeht der Schüler einen **theoretischen Fehler**, so bekommt er innerhalb einer Gedankeneinheit (diese wird in der Anweisung mit Doppellinie markiert) auch für die formell richtigen mathematischen Schritte keinen Punkt. Wenn der Schüler in einer folgenden Teilaufgabe oder Gedankeneinheit mit diesem falschen Ergebnis als Ausgangswert richtig weiterrechnet, dadurch aber das zu lösende Problem sich nicht wesentlich verändert, bekommt er die maximale Punktzahl für diesen neuen Teil.

5. Wenn in der Anweisung eine **Einheit** oder eine **Bemerkung** in Klammern steht, dann kann die Lösung auch ohne diese mit voller Punktzahl bewertet werden.
6. Bei mehreren Lösungen für eine Aufgabe ist **nur die eine zu bewerten, die der Schüler markiert hat**. Während der Korrektur markieren Sie eindeutig, welche Version bewertet wurde, welche nicht.
7. **Zusatzpunkte** (mehr Punkte als die vorgeschriebene maximale Punktzahl für die Aufgabe) sind **nicht zugelassen**.
8. Die Gesamtpunktzahl einer Aufgabe oder Teilaufgabe **darf nicht negativ sein**.
9. Es gibt **keinen Punktabzug** für Berechnungen und Schritte, die zwar falsch sind, aber vom Schüler bei der Lösung der Aufgabe nicht weiterverwendet werden.
10. Während der Aufgabenlösung kann man **den Gebrauch des Taschenrechners –ohne weitere mathematische Begründung- bei den folgenden Rechnungen akzeptieren:** Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzieren, Wurzelziehen, Berechnen von $n!$, $\binom{n}{k}$, für die Ersetzung der Tabellen im Tafelwerk (sin, cos, tg, log und ihre Umkehrfunktionen), zur Angabe des Näherungswertes von der Zahlen π und e, zur Bestimmung der Lösungen einer auf Null reduzierten quadratischen Gleichung. Weiterhin darf man den Taschenrechner ohne mathematische Begründung verwenden, wenn man den Durchschnitt und die Streuung berechnet, es sei denn der Text der Aufgabe verlangt eindeutig die Nebenrechnungen dazu. **In anderen Fällen gelten die mit dem Taschenrechner durchgeführten Rechnungen als nicht begründete Schritte, für die keine Punkte verteilt werden können.**
11. Wenn **Abbildungen** als Beweise verwendet werden (z.B. das Ablesen der Daten durch Messung), ist nicht akzeptabel.
12. Bei der Angabe von **Wahrscheinlichkeiten** (wenn der Text der Aufgabe nichts Anderes sagt) dürfen auch in Prozent angegebene richtige Lösungen akzeptiert werden.
13. Wenn der Text der Aufgabe keine Rundung vorschreibt, dann sind auch Teil- und Endergebnisse akzeptierbar, die vom Lösungsschlüssel abweichen aber **sinnvoll und richtig gerundet wurden**.
14. **Im Teil II. B sind aus den 3 Aufgaben nur Lösungen von 2 Aufgaben zu bewerten.** Der Abiturient hat die Nummer der Aufgabe, die nicht bewertet werden soll, in das entsprechende Kästchen – vermutlich – eingetragen. Dementsprechend wird die eventuell vorhandene Lösung für diese Aufgabe nicht korrigiert. Wenn die abgewählte Aufgabe nicht eindeutig feststeht, und die Wahl der Aufgabe in der Arbeit nicht eindeutig zu sehen ist, dann ist die nicht zu bewertende Aufgabe automatisch die letzte Aufgabe der vorgegebenen Aufgabenreihe.

I.

1.		
Ein entsprechender Graph	2 Punkte	Auch ein nicht einfacher Graph ist zu akzeptieren.
Insgesamt:	**2 Punkte**	

2.		
$\{\ \}$, $\{x\}$, $\{y\}$, $\{z\}$, $\{x, y\}$, $\{x, z\}$, $\{y, z\}$, $\{x, y, z\}$	3 Punkte	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

Anmerkung: Bei jeder fehlenden oder falschen Teilmenge muss der Kandidat je 1 Punkt (insgesamt höchstens 3 Punkte) verlieren.

3.		
12	2 Punkte	*Auch die Antwort b^{12} ist zu akzeptieren.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

4.		
Um 35 Prozent.	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

5.		
Eine entsprechende Zahl, z.B. die 25.	2 Punkte	*Wenn der Kandidat eine Zahl angibt, die relativ prim zu 6 ist, aber nicht zusammengesetzt ist, bekommt er 1 Punkt.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

6.		
A, C	2 Punkte	*Bei einer richtigen oder bei zwei richtigen und einer falschen Antwort ist 1 Punkt, in allen anderen Fällen sind 0 Punkte zu geben.*
Insgesamt:	**2 Punkte**	

7.		
24	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

8.		
(Anhand des Kosinussatzes ist die Länge der Seite AC: $\sqrt{2^2+3^2-2\cdot 2\cdot 3\cdot(-0{,}5)}=)\sqrt{19}\approx 4{,}36$ (Einheiten).	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

9.		
Die Steigung der Geraden ist –0,4.	2 Punkte	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

10. erste Lösung		
19 Liter = 19 000 cm^3	1 Punkt	
Die Grundfläche des Aquariums ist 1000 cm^2.	1 Punkt	
$19\,000 = 1000 \cdot m$, woraus folgt, dass das Wasser im Aquarium $m = 19$ cm hoch steht.	1 Punkt	
(25 – 19 =) 6 cm weit ist der Wasserspiegel vom oberen Rand des Aquariums entfernt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

10. zweite Lösung		
Die Grundfläche des Aquariums ist 1000 cm^2.	1 Punkt	10 dm^2
Nach dem Einfüllen von 1 Liter = 1000 cm^3 Wasser erhöht sich der Wasserspiegel genau um 1 cm.	2 Punkte	*1 Liter = 1 dm^3 Wasser erhöht den Wasserspiegel genau um 0,1 dm.*
Nach dem Einfüllen von 19 Litern Wasser ist der Wasserspiegel (25 – 19 =) 6 cm weit vom oberen Rand des Aquariums entfernt.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

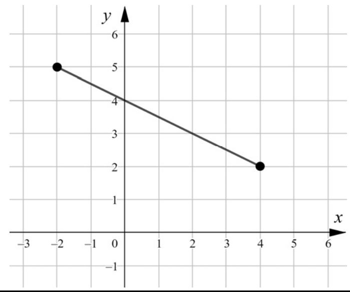
11. erste Lösung		
Aus den Mengen kann man je eine Zahl auf $3 \cdot 4 = 12$ Weisen auswählen (Anzahl aller Fälle).	1 Punkt	
Das Produkt ist negativ, wenn man aus der einen Menge eine positive, aus der anderen eine negative Zahl auswählt.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Die entsprechenden Zahlen sind: (–13; 1), (–13; 4), (–5; 1), (–5; 4) und (29; –17), es gibt also 5 günstige Fälle.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist: $\frac{5}{12}$ ($\approx 0{,}417$).	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

11. **zweite Lösung**		
Das Produkt ist negativ, wenn man aus der einen Menge eine positive, aus der anderen eine negative Zahl auswählt.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Die Wahrscheinlichkeit, dass man aus der Menge A eine negative und aus der Menge B eine positive Zahl auswählt, ist: $\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{4}$.	1 Punkt	
Die Wahrscheinlichkeit, dass man aus der Menge A eine positive und aus der Menge B eine negative Zahl auswählt, ist: $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}$.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist die Summe von diesen, also: $\frac{5}{12}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

12.		
Der Durchschnitt der Zahlen ist 4.	1 Punkt	
Die Streuung der Zahlen ist $\left(\sqrt{\frac{1\cdot 2^2+2\cdot 1^2+1\cdot 0^2+4\cdot 1^2}{8}}=\right)\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{1{,}25}\approx 1{,}12.$	2 Punkte	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

II. A

13. a)		
$f\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)+4=$	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
$=\frac{35}{8}=4{,}375$	1 Punkt	
Insgesamt:	**2 Punkte**	

13. b)		
Der Graph der dargestellten Funktion liegt auf einer Geraden mit der Steigung –0,5,	1 Punkt	
der Graph schneidet die y-Achse bei 4.	1 Punkt	
Der Kandidat beachtet die Definitionsmenge richtig.	1 Punkt	
Die Wertemenge der Funktion ist: [2; 5].	2 Punkte	*Auch andere richtige Bezeichnungen sind akzeptabel.*
Insgesamt:	**5 Punkte**	

13. c) erste Lösung		
Die Gleichung $x^2 - 4x + 3 = -\frac{3}{4}$ ist zu lösen.	1 Punkt	
Die Lösungen sind: $x_1 = 1{,}5$; $x_2 = 2{,}5$.	2 Punkte	*Die Diskriminante der Gleichung* $x^2 - 4x + 3{,}75 = 0$ *ist positiv* ($D = 1$).
Es gibt also zwei Zahlen, denen die Funktion g die $\left(-\frac{3}{4}\right)$ zuordnet.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

13. c) zweite Lösung		
Da $x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1$ ist,	1 Punkt	
ist der Graph der Funktion g eine nach oben geöffnete Parabel, deren Scheitelpunkt (2; –1) ist.	1 Punkt	*Diese zwei Punkte sind für die Darstellung des Graphen von g und der Geraden* $y = -\frac{3}{4}$ *zu geben.*
Die Funktion nimmt alle Werte, die größer als (–1) sind zweimal an.	1 Punkt	
Es gibt also zwei Zahlen, denen die Funktion g die $\left(-\frac{3}{4}\right)$ zuordnet.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

14. a) **erste Lösung**		
1,5 Sekunden = $1{,}5 \cdot \frac{1}{3600}$ Stunden	1 Punkt	
Das Auto legt in dieser Zeit bei 120 km/h $120 \cdot 1{,}5 \cdot \frac{1}{3600} =$	1 Punkt	
= 0,05 Kilometer,	1 Punkt	
d.h. 50 Meter zurück.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

14. a) **zweite Lösung**		
120 km/h = $33\frac{1}{3}$ m/s	2 Punkte	
Das Auto legt mit dieser Geschwindigkeit in 1,5 Sekunden $1{,}5 \cdot 33\frac{1}{3} =$	1 Punkt	
= 50 Meter zurück.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

14. a) **dritte Lösung**		
1 Stunde sind 3600 Sekunden, 1,5 Sekunden sind 2400-stel Teil davon.	2 Punkte	
Das Auto legt in dieser Zeit bei 120 km/h $120\,000 : 2400 =$	1 Punkt	
= 50 Meter zurück.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

14. b)		
Ein Auto legt 100 km mit der Durchschnittsgeschwindigkeit von 120 km/h in $\frac{100}{120}$ Stunden, mit der von 130 km/h die gleiche Strecke in $\frac{100}{130}$ Stunden zurück.	2 Punkte	
Es braucht bei der niedrigeren Geschwindigkeit 50 Minuten, bei der höheren Geschwindigkeit etwa 46 Minuten die Strecke zurückzulegen.	1 Punkt	$\frac{100}{120} - \frac{100}{130} \approx 0{,}064$ Stunden
Es braucht also mit der niedrigeren Durchschnittsgeschwindigkeit etwa 4 Minuten mehr, 100 km zurückzulegen als mit der höheren.	1 Punkt	$0{,}064 \cdot 60 = 3{,}84$ Minuten
Insgesamt:	**4 Punkte**	

14. c)		
Ein Unfall wird im Kreisdiagramm mit dem Mittelpunktwinkel von $360:1178 \approx 0{,}3056°$ dargestellt.	1 Punkt	$440:1178 \approx 0{,}3735$
Der gefragte Winkel ist das 440-fache von diesem,	1 Punkt	$0{,}3735 \cdot 360$
also 134° richtig gerundet.	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

15. a) erste Lösung		
(Bezeichnen a_1 das erste Glied der arithmetischen Folge, und die Differenz d.) Anhand des Textes der Aufgabe ist das Gleichungssystem aufzuschreiben: $\left.\begin{aligned} 2a_1 + 2d &= 8 \\ 3a_1 + 9d &= 9 \end{aligned}\right\}.$	2 Punkte	
Aus einer Gleichung wird a_1 (oder d) ausgedrückt: $a_1 = \frac{8-2d}{2} = 4 - d$.	1 Punkt*	$d = 4 - a_1$
Das wird in die andere Gleichung eingesetzt: $12 - 3d + 9d = 9$, d.h. $6d = -3$.	1 Punkt*	$3a_1 + 36 - 9a_1 = 9$ $-6a_1 = -27$
Die Lösung des Gleichungssystems ist $a_1 = 4{,}5$ und $d = -0{,}5$.	1 Punkt	
Die Summe der ersten zehn Glieder ist: $S_{10} = \frac{2 \cdot 4{,}5 + 9 \cdot (-0{,}5)}{2} \cdot 10 = 22{,}5$.	2 Punkte	$4{,}5 + 4 + 3{,}5 + \ldots + 0 =$ $= 22{,}5$
Insgesamt:	**7 Punkte**	

*Anmerkung: Die mit * markierten 2 Punkte kann der Kandidat auch für den folgenden Gedankengang erhalten:*

Die erste Gleichung wird mit 3, die zweite mit 2 multipliziert: $\left.\begin{aligned} 6a_1 + 6d &= 24 \\ 6a_1 + 18d &= 18 \end{aligned}\right\}$	1 Punkt	
die Gleichungen werden auseinander subtrahiert: $-12d = 6$.	1 Punkt	

15. a) zweite Lösung		
Wegen der Eigenschaften der arithmetischen Folge: $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2} = 4$ und $a_4 = \frac{a_3 + a_4 + a_5}{3} = 3$.	2 Punkte	
Die Differenz ist: $d = \frac{a_4 - a_2}{2} = -0{,}5$,	1 Punkt	
das erste Glied ist: $a_1 = a_2 - d = 4{,}5$.	1 Punkt	
Das zehnte Glied ist: $a_{10} = a_1 + 9d = 0$.	1 Punkt	
Die Summe der ersten zehn Glieder ist: $S_{10} = \frac{4{,}5 + 0}{2} \cdot 10 = 22{,}5$.	2 Punkte	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

15. b)		
Die Hypotenuse des Dreiecks wird mit c bezeichnet, so sind die Längen der zwei Katheten: $a = c - 8$, bzw. $b = c - 9$.	1 Punkt	*Wenn die kürzere Kathete mit b bezeichnet wird, ist die längere* $a = b + 1$ *und die Hypotenuse* $c = b + 9$.
Anhand des Satzes von Pythagoras: $(c-8)^2 + (c-9)^2 = c^2$.	1 Punkt	$(b+1)^2 + b^2 = (b+9)^2$
Die Klammern werden aufgelöst: $c^2 - 16c + 64 + c^2 - 18c + 81 = c^2$,	1 Punkt	$b^2 + 2b + 1 + b^2 =$ $= b^2 + 18b + 81$
woraus folgt: $c^2 - 34c + 145 = 0$.	1 Punkt	$b^2 - 16b - 80 = 0$
Die Lösungen der Gleichung sind: $c_1 = 5$ und $c_2 = 29$.	1 Punkt	$b_1 = -4$, $b_2 = 20$
Wenn $c = 5$ wäre, würden die Katheten negativ, so ist das keine Lösung.	1 Punkt	$b = -4$ *ist keine Lösung der Aufgabe.*
Wenn $c = 29$ ist, sind $a = 21$ und $b = 20$ (die wirklich Lösungen der Aufgabe sind).	1 Punkt	*Wenn* $b = 20$ *ist, sind* = 21 *und* $c = 29$.
Insgesamt:	**7 Punkte**	

Anmerkung: Wenn der Kandidat ohne Begründung die Seitenlängen des Dreiecks richtig angibt, bekommt er 1 Punkt. Er bekommt einen weiteren Punkt, wenn er beweist, dass sie wirklich die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks sind.

II. B

16. a) erste Lösung		
Die vier Blätter können auf 4! = 24 Weisen nebeneinander gelegt werden (Anzahl aller Fälle).	1 Punkt	
Auf dem ersten Platz dürfen alle Zahlen stehen (4 Möglichkeiten), für den zweiten Platz darf man aus den zwei Karten wählen, die eine entgegengesetzte Parität zur ersten Karte haben. Die Karten auf den Plätzen drei und vier, sind von den ersten zwei bestimmt.	1 Punkt*	1234, 1432, 3214, 3412, 2143, 2341, 4123, 4321
Anzahl der günstigen Fälle ist also $4 \cdot 2 = 8$.	1 Punkt	
Die gefragte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{8}{24}\left(=\frac{1}{3}\right)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

*Anmerkung: Die mit * markierten Punkte sind auch dann zu geben, wenn der Kandidat die Anzahl der ungünstigen Fälle richtig angibt: Die ungünstigen Fälle sind, in denen auf den Plätzen 1 und 2, oder 2 und 3, oder 3 und 4, oder 1 und 4 gerade Zahlen stehen. Aus allen Fällen gibt es* $2 \cdot 2 = 4$, *es gibt also* $4 \cdot 4 = 16$ *ungünstige Fälle.*

16. a) **zweite Lösung**		
Wenn nur die Parität der Zahlen betrachtet wird, gibt es $\binom{4}{2} = 6$ verschiedene Reihenfolgen (Anzahl der günstigen Fälle).	2 Punkte	
Daraus sind 2 günstig: gerade-ungerade- gerade-ungerade und ungerade- gerade-ungerade-gerade.	1 Punkt	
Die gefragte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{2}{6}\left(=\frac{1}{3}\right)$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

16. a) **dritte Lösung**		
Zuerst kann man aus den vier Zahlen alle auswählen.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
$\frac{2}{3}$ ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Parität der zweiten Zahl von der Parität der ersten Zahl abweicht.	1 Punkt	
(Wenn die Parität der ersten zwei Zahlen unterschiedlich ist, ist) die Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ dass die Parität der dritten Zahl unterschiedlich zur Parität der zweiten Zahl ist.	1 Punkt	
(Die letzte Zahl ist sowieso entsprechend, so ist) die gefragte Wahrscheinlichkeit $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

16. b) **erste Lösung**		
Die Höhe der Staffel ist nach n Zerschnitten und Aufeinanderlegen $0{,}1\cdot 2^n$ (mm),	2 Punkte	
d.h. bei $n = 20$ ist sie 105 000 mm.	1 Punkt	
Das sind 105 Meter, was mehr als 100 Meter ist. Luca hat also Recht.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

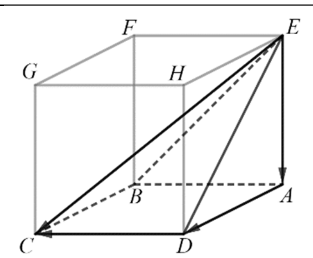
16. b) **zweite Lösung**		
Nach 10 Zerschnitten ist die Dicke der Staffel 2^{10} = 1024-fach (mehr als 1000-fach),	1 Punkt	
also nach dem ersten 10 Zerschnitten ist die Dicke der Staffel mehr als 100 mm = 1 dm.	1 Punkt	
Bei den nächsten 10 Schnitten verändert sich die Dicke wieder auf das 1024-fache, das ist also mehr als 1000 dm.	1 Punkt	
Das sind mehr als 100 Meter ist. Luca hat also Recht.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

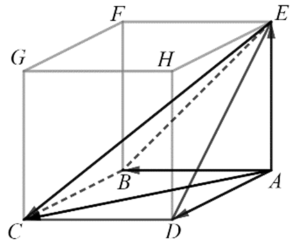
16. c) **erste Lösung**		
Wenn zwei Rechtecke ähnlich sind, ist das Verhältnis der entsprechenden Seiten gleichgroß.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Die eine Seite des Dreiecks *EFGH* ist 21 – 5 = 16 cm, die andere ist 29,7 – 5 = 24,7 cm lang.	1 Punkt	
Das Verhältnis der Strecken *EF* und *AB* ist $\frac{16}{21}$ (≈ 0,76).	1 Punkt	
Das Verhältnis der Strecken *FG* und *BC* ist $\frac{24{,}7}{29{,}7}$ (≈ 0,83).	1 Punkt	
Die zwei Verhältnisse sind nicht gleich, so sind die zwei Rechtecke nicht ähnlich, Zsófi hat nicht Recht.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

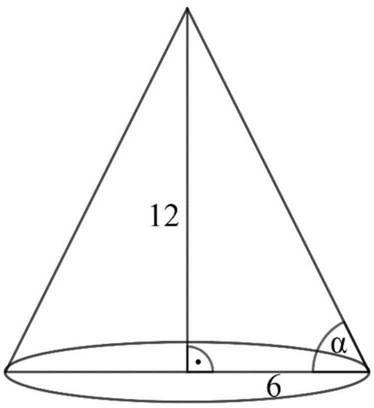
16. c) **zweite Lösung**		
Die zwei Rechtecke könnten (wegen der Parallelität der Seiten) nur punktsymmetrisch sein.	1 Punkt	
Der Mittelpunkt der Punktsymmetrie könnte nur (wegen der gleichgroßen Randbreite) der gemeinsame Mittelpunkt der Rechtecke sein.	1 Punkt	
Z. B. die Gerade *AE* verläuft durch diesen Punkt nicht,	1 Punkt	
weil sie nicht die Gerade der Diagonale des Rechtecks ist (sie schließt 45° mit den Rechteckseiten ein).	1 Punkt	
So sind die zwei Rechtecke nicht ähnlich, Zsófi hat nicht Recht.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

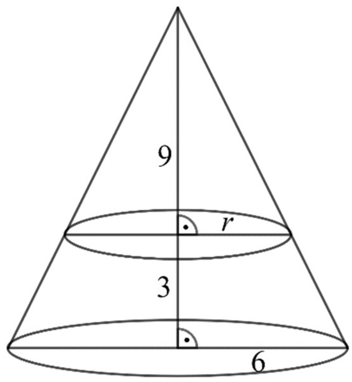
16. d)		
Die Aussage ist richtig.	1 Punkt	
Die Umkehrung der Aussage ist: *Wenn die entsprechenden Winkel eines Vierecks paarweise gleichgroß sind, sind die zwei Vierecke ähnlich.*	1 Punkt	
Diese Aussage ist falsch.	1 Punkt	
Gegenbeispiel z. B. ein Quadrat und ein Rechteck (kein Quadrat).	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn sich der Kandidat auf die Rechtecke im Teil c) bezieht.*
Insgesamt:	**4 Punkte**	

17. a)		
Die Oberfläche der Pyramide kann man erhalten, wenn man zu der Fläche der quadratischen Grundfläche die Flächen von je zwei kongruenten rechtwinkligen Dreiecken addiert.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
$T_{ABCD} = 36$ (cm²)	1 Punkt	
$T_{ABE} = T_{ADE} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18$ (cm²)	1 Punkt	
(Die Höhen der rechtwinkligen Dreiecke *BCE*, bzw. *CDE,* die der 6 cm langen Seiten gehören, sind die Stecken *EB*, bzw., *ED*.) $EB = ED = 6\sqrt{2}$ (cm)	1 Punkt	
$T_{BCE} = T_{CDE} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}$ ($\approx 25{,}5$ cm²)	1 Punkt	
Die Oberfläche ist: $A = 36 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 18 \cdot \sqrt{2} \approx 122{,}9$ cm².	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

17. b) **erste Lösung**		
$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}$	1 Punkt	
$\overrightarrow{EA} = -\overrightarrow{AE}$ und $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
$\overrightarrow{EC} = -\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

17. b) **zweite Lösung**		
$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AE}$	1 Punkt	
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$	1 Punkt	
$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AE}$	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

17. c)		
Eine Abbildung, die beim Verstehen der Aufgabe hilft. Der gefragte Winkel wird mit α bezeichnet. 	1 Punkt	
$\text{tg}\,\alpha = \frac{12}{6}$	1 Punkt	
$\alpha \approx 63{,}4°$	1 Punkt	
Insgesamt:	**3 Punkte**	

17. d) **erste Lösung**		
Eine Abbildung, die beim Verstehen der Aufgabe hilft. Der Radius der Deckseite des ausgeschnittenen Kegelstumpfes wird mit *r* bezeichnet. 	1 Punkt	
Wegen der ähnlichen Dreiecke ist $\frac{r}{9} = \frac{6}{12}$,	1 Punkt	
Der Radius der Deckseite des ausgeschnittenen Kegelstumpfes ist 4,5 (cm).	1 Punkt	
Das Volumen des Kegelstumpfes ist $V = \frac{3 \cdot \pi \cdot (6^2 + 6 \cdot 4{,}5 + 4{,}5^2)}{3} =$	1 Punkt	
$= 83{,}25\pi$ cm^3 $\approx 261{,}5$ cm^3.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

17. d) **zweite Lösung**		
Das Volumen des Originalkegels ist: $V_e = \frac{6^2 \cdot \pi \cdot 12}{3} = 144\pi \approx 452{,}4$ (cm^3).	1 Punkt	
Der abgeschnittene Kegel ist dem ursprünglichen ähnlich, das Verhältnis der Ähnlichkeit ist: $\lambda = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.	1 Punkt	
Das Verhältnis der Volumina des abgeschnittenen kleinen und des Originalkegels ist $\lambda^3 = \frac{27}{64}$,	1 Punkt	
so ist das Volumen des abgeschnittenen Kegels: $\lambda^3 \cdot V_e \approx 190{,}9$ (cm^3).	1 Punkt	*Das Volumen des Kegelstumpfs ist das* $1 - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$ *-fache des Originalkegels.*
Man bekommt das Volumen des Kegelstumpfes, indem man aus dem Volumen des Originalkegels das Volumen des abgeschnittenen Kegels subtrahiert, also $V \approx (452{,}4 - 190{,}9 =)\ 261{,}5$ cm^3.	1 Punkt	
Insgesamt:	**5 Punkte**	

18. a) **erste Lösung**		
Sei die Anzahl der Einzelzimmer n, so gibt es $3n$ Doppelzimmer und $65 - 4n$ Dreibettzimmer.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Anhand des Textes: $n + 3n \cdot 2 + (65 - 4n) \cdot 3 = 125$.	2 Punkte	
$195 - 5n = 125$	1 Punkt	
$n = 14$	1 Punkt	
Dreibettzimmer gibt es $65 - 4n = 9$ Stück im Hotel.	1 Punkt	
Probe: 14 Einzelzimmer, 42 Doppelzimmer und 9 Dreibettzimmer (insgesamt 65) gibt es, in diesen sind 14 + 84 + 27 = 125 Betten.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

18. a) **zweite Lösung**		
(Sei die Anzahl der Einzelzimmer e, die Anzahl der Doppelzimmer k, die Anzahl der Dreibettzimmer h.) Anhand des Textes: $\left.\begin{aligned} e+k+h &= 65 \\ k &= 3e \\ e+2k+3h &= 125 \end{aligned}\right\}$.	2 Punkte	
Aus der ersten Gleichung des Gleichungssystems $\left.\begin{aligned} 4e+h &= 65 \\ 7e+3h &= 125 \end{aligned}\right\}$ wird h ausgedrückt und in die zweite Gleichung eingesetzt: $7e+195-12e=125$, d.h. $-5e=-70$.	2 Punkte	
Die Lösung des Gleichungssystems ist: $e = 14$, $k = 42$, $h = 9$.	1 Punkt	
Dreibettzimmer gibt es 9 Stück im Hotel.	1 Punkt	
Probe: 14 Einzelzimmer, 42 Doppelzimmer und 9 Dreibettzimmer (insgesamt 65) gibt es, in diesen sind 14 + 84 + 27 = 125 Betten.	1 Punkt	
Insgesamt:	**7 Punkte**	

18. b) **erste Lösung**		
Sechs Gäste können die Schlüssel auf 6!(= 720) Weisen wegnehmen (Anzahl aller Fälle).	1 Punkt	
Die günstigen Fälle sind die, wenn Aladár und Balázs die zwei Schlüssel Nr. 102 in irgendeiner Reihenfolge wegnehmen.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Das können sie auf 2 Weisen tun.	1 Punkt	
Die anderen können dann auf 4!(= 24) Weisen die übriggebliebenen Schlüssel wegnehmen.	1 Punkt	
Die Anzahl der günstigen Fälle ist $2 \cdot 4!(= 48)$.	1 Punkt	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{48}{720} = \frac{1}{15}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

18. b) **zweite Lösung**		
Der Gast im Einzelzimmer kann auf 6 Weisen ausgewählt werden.	1 Punkt*	*Die 3 Personen für das Dreibettzimmer können auf* $\binom{6}{3} = 20$ *Weisen auswählen.*
Aus den übriggebliebenen fünf Personen kann man zwei für das Doppelzimmer auf $\binom{5}{2} = 10$ Weisen auswählen.	1 Punkt*	*Aus den übriggebliebenen drei Personen kann man zwei für das Doppelzimmer auf 3 Weisen auswählen.*
Die restlichen drei Personen kommen in das Dreibettzimmer, die Anzahl aller Fälle ist so $6 \cdot 10 = 60$.	1 Punkt*	$20 \cdot 3 = 60$
Wenn Aladár und Balázs in das Doppelzimmer kommen, kann man aus den restlichen vier Personen auf 4 Weisen auswählen, wer in das Einzelzimmer kommt. Die Anzahl der günstigen Fälle ist 4.	2 Punkte	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

*Anmerkung: Die mit * markierten 3 Punkte kann der Kandidat auch für den folgenden Gedankengang bekommen:*

Die sechs Personen werden nebeneinander gestellt, und jedem wird ein Schlüssel gegeben.	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Die Anzahl der möglichen Reihenfolgen von 1 Stück 101, zwei Stück 102 und 3 Stück 103 Schlüsseln müssen zusammengezählt werden. (Permutation mit Wiederholung)	1 Punkt	
Anzahl aller Fälle ist $\frac{6!}{2! \cdot 3!} = 60$.	1 Punkt	

18. b) **dritte Lösung**		
Die Wahrscheinlichkeit wird untersucht, dass aus den sechs Schlüsseln die zwei Schlüssel Nr. 102 für Aladár und Balázs ausgewählt werden (die Auswahl der anderen Schlüssel ist beliebig).	1 Punkt	*Dieser Punkt ist auch dann zu geben, wenn dieser Gedanke nur aus der Lösung hervorkommt.*
Aus den sechs Schlüsseln kann man zwei auf $\binom{6}{2} = 15$ Weisen auswählen (Anzahl aller Fälle).	2 Punkte	
Es gibt einen günstigen Fall: Wenn Aladár und Balázs die zwei Schlüssel des Zimmers 102 bekommen.	2 Punkte	
Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist $\frac{1}{15}$.	1 Punkt	
Insgesamt:	**6 Punkte**	

18. c) **erste Lösung**		
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teller von den Kellnern nicht zerbrochen wird, ist: $\frac{1999}{2000} = 0{,}9995$.	1 Punkt	
P(mindestens einer wird zerbrochen) = = 1 – P(keiner wird zerbrochen) =	1 Punkt	
$= 1 - 0{,}9995^{150} \approx$	1 Punkt	
$\approx 1 - 0{,}928 = 0{,}072$	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	

18. c) **zweite Lösung**		
Die Wahrscheinlichkeit, dass genau ein Teller von den Kellnern nicht zerbrochen wird, ist: $P(1) = \binom{150}{1} \cdot 0{,}0005 \cdot 0{,}9995^{149} \approx 0{,}0696$.	1 Punkt	
Die Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei Teller von den Kellnern nicht zerbrochen werden, ist: $P(2) = \binom{150}{2} \cdot 0{,}0005^2 \cdot 0{,}9995^{148} \approx 0{,}0026$.	1 Punkt	
$P(3) \approx 0{,}00006$ Es ist zu sehen, dass die Wahrscheinlichkeit, dass drei oder mehr Teller von den Kellnern nicht zerbrochen werden, hinsichtlich der Antwort auf die Aufgabe zu vernachlässigen ist.	1 Punkt	
Die gefragte Wahrscheinlichkeit ist die Summe der zwei obigen Wahrscheinlichkeiten, also etwa 0,072.	1 Punkt	
Insgesamt:	**4 Punkte**	